資料３

ベンチマークとその手法について

１．連鎖指数におけるベンチマークの必要性について

（時間的加法整合性について）

連鎖指数においては、固定基準方式とは異なり、一般的に、四半期データから作成した四半期値（実質値）の暦年合計が、暦年データから作成した暦年値（実質値）に一致しない（時間的加法整合性の不成立）。このため、既導入国では、暦年値を四半期値の情報を用いて分割（ベンチマーク）し、「各四半期値の暦年計＝暦年値」となる四半期値を推計しているところが多い。なお、ベンチマークの手法として比例デントン法がある。

（各連鎖指数の特性）

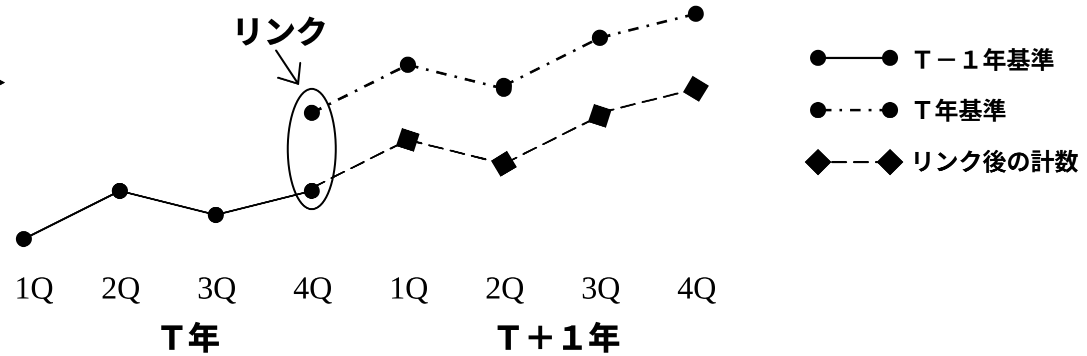
（１）フィッシャー型数量指数のケース

全てのレベルで加法整合性が成立していない。このため四半期のフィッシャー型数量指数の暦年合計は暦年のフィッシャー型数量指数に一致しない。

（２）対前暦年ラスパイレス型数量指数のケース

単純な対前暦年ラスパイレス型数量指数の四半期値では、「各四半期値の暦年計＝暦年値」という関係（時間的加法整合性）が成立している。しかしながら、この四半期値は、Ｔ年 10-12 月期とＴ＋1 年 1-3 月期の基準年が異なるため、1-3 月期の前期比成長率に断層が生じる。このため、「第 4 四半期重複法」（下図参照）により毎年の第 4 四半期において計数を接続（リンク）することで、この問題を回避するのが一般的である。リンク後の四半期値では時間的加法整合性は成立しない。（数式注参照）

＜第 4 四半期重複法のイメージ＞



２.「比例デントン法」とは

○ 四半期に関する補助系列の情報を用いて、より確度の高いデータから得られた暦年値を４分割する際に用いられる手法の一つ。ＩＭＦ等が最良の手法として推奨。連鎖指数による実質値において、暦年値と整合的な四半期値を推計する上でも有用な方法である。

○ 例えば、各暦年値を毎年の四半期補助系列の情報でそれぞれ分割する場合（「プロ・ラータ法」）、前年 10-12 月期から当年 1-3 月期へかけての伸び率に暦年データの動きが反映されてしまうという問題が発生する（いわゆる「段差問題」）。

○ 「比例デントン法」では、このような問題を回避するために、下記の最適化問題を解くことによって、元の四半期補助系列の情報（隣接する四半期値の動き）を最大限反映した四半期分割値を得る手法である。

○ なお、ベンチマークとなる暦年値が存在しない直近の各四半期については、最終的に得られた四半期値の前期比成長率と補助系列のそれとは一致する（プロ・ラータ法でも同一）。

$$\min \sum_{t=2}^{T}\left[\frac{X_t}{I_t}-\frac{X_{t-1}}{I_{t-1}}\right]^2 \quad \text{s.t.} \quad \sum_{t=4y-3}^{4y} X_t = A_y \ (y=1,\cdots,\beta)$$

t：四半期 t , 4y-3 は y 年の第１四半期 , 4y は y 年の第４四半期

Xt：求めるべき四半期値

It：四半期補助系列

Ay：ベンチマークとなる y 年の暦年値

β：ベンチマークとなる Ay が存在する最終年 y

T：補助系列が存在する最終四半期ｔ

○ 比例デントン法はある程度の期間にわたって適用することになるため、対象期間を長めにとれば、基礎データの改定等がなくても過去の公表系列が遡及改定されてしまうという問題がある。

（数式注）時間的加法整合性について

単純な対前暦年ラスパイレス型数量指数（LV_t^k）の場合、以下のように四半期値の暦年合計は暦年値と一致する（時間的加法整合性の成立）。

暦年値（t 年）： $LV_t = LV_{t-1} \times \frac{\sum_i P_{i,t-1} \cdot Q_{i,t}}{\sum_i P_{i,t-1} \cdot Q_{i,t-1}}$ **、四半期値（t 年第 k 四半期）：** $LV_t^k = LV_{t-1} \times \frac{\sum_i P_{i,t-1} \cdot Q_{i,t}^k}{\sum_i P_{i,t-1} \cdot Q_{i,t-1}}$

である。このとき、 $LV_t = \sum_{k=1}^{4} \left[LV_{t-1} \times \frac{\sum_i P_{i,t-1} \cdot Q_{i,t}^k}{\sum_i P_{i,t-1} \cdot Q_{i,t-1}} \right] = \sum_{k=1}^{4} LV_t^k$ **となっている。**

次に、「第 4 四半期重複法」を用いた場合、リンク後の四半期値（I_t^k）は次のように表される。

$$I_t^k = \frac{\left(\frac{\sum_i P_{i,t-1} Q_{i,t}^k}{\sum_i P_{i,t-1} Q_{i,t-1}} \right)}{\left(\frac{\sum_i P_{i,t-1} Q_{i,t-1}^4}{\sum_i P_{i,t-1} Q_{i,t-1}} \right)} \times I_{t-1}^4 = \frac{\sum_i P_{i,t-1} Q_{i,t}^k}{\sum_i P_{i,t-1} Q_{i,t-1}^4} \times I_{t-1}^4$$

このとき、 $LV_t \neq \sum_{k=1}^{4} I_t^k$ **であり、四半期値の暦年合計は暦年値に一致しない（時間的加法整合性の不成立）。**

＜参考３－１＞　連鎖方式の数量指数における加法整合性について

指数算式	リンクおよびベンチマークの有無	四半期値		暦年値
		内訳項目と集計項目の加法整合性	四半期と暦年との時間的加法整合性	内訳項目と集計項目の加法整合性
対前暦年ラスパイレス型	第 4 四半期重複法によるリンクなし	△ （参照年翌年の各四半期のみ成立）	○	△ （参照年と翌年のみ成立）
	第 4 四半期重複法によるリンクあり（ベンチマーク前）	×	×	△ （参照年と翌年のみ成立）
対前暦年フィッシャー型	第 4 四半期重複法によるリンクなし	×	×	×
	第 4 四半期重複法によるリンクあり（ベンチマーク前）	×	×	×
対前四半期フィッシャー型	ベンチマーク前	×	×	×

＜参考３－２＞　プロ・ラータ法と比例デントン法の比較（計算例）

年	期	元データ			プロ･ラータ法			比例デントン法		
		四半期補助系列（I）		暦年計数	四半期計数（X①）			四半期計数（X②）		
		水準	前期比（%）	水準	水準	前期比（%）	X①／I	水準	前期比（%）	X②／I
1	1	35			30.3		0.865	28.4		0.812
	2	60	71.4		51.9	71.4	0.865	49.8	75.1	0.830
	3	50	▲ 16.7		43.2	▲ 16.7	0.865	43.8	▲ 11.9	0.877
	4	40	▲ 20.0	160	34.6	▲ 20.0	0.865	37.9	▲ 13.4	0.949
2	1	35	▲ 12.5		37.2	7.6	1.064	36.4	▲ 4.0	1.040
	2	60	71.4		63.8	71.4	1.064	65.7	80.3	1.094
	3	48	▲ 20.0		51.1	▲ 20.0	1.064	52.0	▲ 20.8	1.083
	4	45	▲ 6.3	200	47.9	▲ 6.3	1.064	45.9	▲ 11.7	1.021
3	1	42	▲ 6.7		34.0	▲ 29.0	0.810	38.2	▲ 16.8	0.910
	2	70	66.7		56.7	66.7	0.810	57.4	50.4	0.821
	3	55	▲ 21.4		44.5	▲ 21.4	0.810	42.3	▲ 26.4	0.769
	4	43	▲ 21.8	170	34.8	▲ 21.8	0.810	32.1	▲ 24.1	0.746
4	1	37	▲ 14.0		30.0	▲ 14.0	0.810	27.6	▲ 14.0	0.746
	2	55	48.6		44.5	48.6	0.810	41.0	48.6	0.746
	3	41	▲ 25.5		33.2	▲ 25.5	0.810	30.6	▲ 25.5	0.746
	4	40	▲ 2.4		32.4	▲ 2.4	0.810	29.8	▲ 2.4	0.746

＜参考３－３＞　プロ・ラータ法と比例デントン法の比較（計算例）