

待機児童問題：マッチング理論によるアプローチ*

鎌田 雄一郎・小島 武仁**

〈要旨〉

本論文では、待機児童問題解決の制度設計を試みる。保育士と児童の比率に関する配置基準など現実に存在する様々な制約を取り扱うため、我々は新しい「制約付きマッチング」のモデルを提案・考察する。規範的に重要と思われる公平性を満たすマッチング（公平マッチング）、特に公平マッチングのうちで全ての応募者にとって同時に最適となるマッチング（応募者最適公平マッチング）が議論の中心となる。我々の主要定理では、応募者最適公平マッチングの存在を保証するための、制約に関する必要十分条件を与え、特に保育園の制約はこの条件を満たすことを示す。

理論分析の結果をもとに、保育園制度の改善案を検討する。具体的には、応募者の保育園に対する希望順位や優先順位に関する自治体の行政データを用いて、保育園の制約のもとでの応募者最適公平マッチングのパフォーマンスを測定する。応募者最適公平マッチングでは現行の制度と比べ希望先の保育園に入れない児童が減少し、更に、より多くの応募者が、より希望順位の高い保育園へ入園できることがデータで確認された。以上の分析により、応募者最適公平マッチングメカニズムを導入することが日本の待機児童問題解消に資すると考えられる。

JEL Classification Codes : C70, D47, D61, D63

Keywords : 制約付きマッチング、公平性、待機児童問題、保育園

* 本稿の作成に当たっては、主査の松井彰彦氏をはじめ ESRI 国際共同研究プロジェクト WG2 のメンバーから有益なコメントをいただいた。さらに東京大学マーケットデザインセンターの秋田勇太郎、岩瀬祐介、小田原悠朗、河野遥希、小林雅典、永井雅美、松下且の各氏に論文の精査などご協力いただいた。深く感謝を申し上げます。

** 鎌田 雄一郎：カリフォルニア大学バークレー校ハース経営大学院准教授、東京大学大学院経済学研究科グローバル・フェロー、NTT リサーチ サイエнтиスト。小島 武仁：東京大学大学院経済学研究科教授、東京大学マーケットデザインセンター・センター長。

Improving Access to Daycare/Nursery Schools: A Matching Theory Approach

By Yuichiro KAMADA and Fuhito KOJIMA

Abstract

This paper aims to improve access to daycare/nursery school services in Japan. To cope with teacher-child ratio and other constraints found in this and other applications in practice, we propose and analyze a new and general model of “matching with constraints.” Central to our approach is a normative concept of fairness, and the applicant-optimal fair matching, a fair matching that is simultaneously most preferred by all applicants among all fair matchings. Our main theoretical finding provides a necessary and sufficient condition on constraints that guarantees the existence of an applicant-optimal fair matching.

Building on our theoretical findings, we study possible improvement of daycare allocation. More specifically, we study the performance of the applicant-optimal fair matching under daycare constraints using administrative data from Japanese municipalities. Our analysis of the data shows that, compared to the current practice, the number of unmatched applicants decreases and more applicants are placed to their more preferred options. Those findings suggest that the applicant-optimal fair matching mechanism may help improve daycare allocation in Japan.

JEL Classification Codes: C70, D47, D61, D63

Keywords: matching with constraints, fairness, daycare allocation

1. はじめに

安倍政権のもとで待機児童対策は重要な政策目標とされ、2020年に発足した菅内閣でもその位置づけが継承されている。しかしこの問題はいまだ解決されたとはいえない。安倍政権は2020年度末までに待機児童をゼロにすることを目標に掲げ実際に待機児童を大幅に減らしてきたものの、厚生労働省によれば2020年4月時点で待機児童数は12439人にのぼる。コロナ禍のもと特に女性の働く環境が悪化する中、保育園制度の改善と待機児童対策の重要性はいまだに高いと思われる。

本稿では待機児童の解決のためにマッチング理論とその応用であるマーケットデザインを用いて分析を行い、具体的な解決法を提案する。まずは必ずしも聞き慣れない言葉かもしれないマッチング理論とマーケットデザインに関して少々説明をしよう。

現代社会の多くの問題は「人を他の人や組織、モノやサービスにいかにかに適材適所に組み合わせる（マッチさせる）か」という形をとっている。待機児童問題に限らず教育現場での学校選択や入試は児童と学校のマッチ、就活は学生と企業などのマッチ、企業内人事は従業員と部署のマッチ、異性間の結婚は男女のマッチ、といった具合である。こういった問題では「本当はこんな学校ではなくてあちらの学校に行きたかった」とか、「我が社はあちらの学生に来てほしかったのに」というような不満がつきものである。社会全体の資源が限られている以上全ての参加者が完全に満足するような結果は難しくとも、こういった不満や不幸をなるべく減らすにはどういったマッチングの仕組みを作ればよいか？マッチング理論は、数学やゲーム理論の助けを借りて、このことを研究している。マッチング理論自体は極めて抽象的であるが、さらにそこで得られた知見を社会実装することがここ20年程の間に成功し、さまざまな社会問題の解決に役立てられるようになってきている。このような社会実装に重点を置いた応用研究がマーケットデザイン（制度設計）と呼ばれている。

従来の経済理論では例えば「金利を上げたほうが良いか下げたほうが良いか」というようなざっくりとした政策提言が多かったが、マッチング理論・マーケットデザインはこうした従来型の政策提言とは一線を画し、マッチングの具体的な手順（アルゴリズム）にまで踏み込んだ提案を行うことができる。例えば保育園の入所決定問題では、現状でも自治体は応募者の希望順位表を決められた手順でプロセスしているわけであるが、本論文においても具体的なプロセスの仕方を提案する。

さて、待機児童問題をマッチング問題として考察する際、特に我々が注目するのは保育園問題に存在する次のような特別な事情である。日本の認可保育園では園児の殆どが入園する4月時点での年齢ごとに分けられていて、0歳～5歳までの6つのグループが存在する。保育園の重要なリソースは保育士と保育室や園庭などのスペースであるが、これらのリソースと園児の間で国により満たすべき比率が定められている（さらに自治体が追加的な基準を要求することもある）。例えば園児と保育士の比率は、保育士1人につき0歳か

ら5歳まで順にそれぞれ3人、6人、6人、20人、30人、30人までとされている。スペースについても同様に、1人の園児あたり必要な広さが年齢ごとに定められている。

保育園におけるこのような制約は、実は既存研究のスタンダードなモデルでは扱えない。スタンダードなモデルでは、受け入れ側には決まった「定員」があると想定する。つまり受け入れ側の制約は「〇〇人までの応募者は受け入れ可能だが、それより多い人数の応募者は受け入れ可能でない」という形で与えられているのだ。ところが保育園では何人の園児をマッチできるかは応募している園児の年齢によるので、このような定員の形で書くことはできないわけである。実は既存理論で提案されているマッチングアルゴリズムは定員が存在していることにひどく依存した作りをしているため、既存理論をそのまま使うことはできないという問題に直面するのだ。

それでは翻って保育園におけるマッチングの実務では何が行われているかというところ、それは次のような方法である。現行の方法では、入所決定に際して自治体はまず各保育園の各年齢について予め募集定員を設定し、その後に応募者からの希望順位を募るという方法をとっている。そしてある応募者の子供が特定の保育園に入所できるかどうかは、その応募者の子供の年齢に定められた定員に余りがあるかどうかで判断される。

この方法は殆どの自治体で行われている方法であるが、このやり方には解消すべき無駄がある。というのは、年齢別にあらかじめ決めた定員が、実際に応募者の希望順位に照らすと最適ではない可能性があるからだ。例えばある保育園には1歳児の申込が1歳用定員よりも多いが、3歳の申込者は3歳用の定員より少ないとしよう。このとき、現行の仕組みでは、1歳児の親の何人かは涙を飲むことになる。しかもこれは、3歳児用にあらかじめあてがわれた保育士が余っているにも関わらずである。言い換えると、現行の制度では、もしも申込者の子供の年齢に対応する年齢別定員に空きがなければ、仮に同じ保育園の別の年齢用に保育士が余っていてもこの応募者は入れないという意味で非効率性が生じている。

このように日本における現行の保育園入園決定には非効率性が存在する。我々の研究ではこのような非効率性をなくすことでより多くの子供達が希望する保育園に入園できるための制度設計を考察することにする。具体的な制度設計の提案を、誤解を恐れずにざっくりと述べると次のようなものである：

各保育園の年齢別定員をあらかじめ硬直的に設定してしまうのではなく、各年齢ごとに何人の保育士を配属するかは応募者が実際に申告した希望順位に従って、アルゴリズム内で自動的に適切に定める。こうすることで、自動化により入所決定に関する業務負担を軽減するのみならず、より多くの応募者が希望する保育園に入園できるようにする。

これが我々の具体的な政策提案である。

以上のように我々の実務上の問題意識は日本の待機児童問題の解決にある。しかしなが

ら、我々はこの問題に触発されてより一般性の高い理論モデルを考察し、その帰結として保育園問題を取り扱うことにする。このようにすることで、現実の保育園問題を含みつつも、仮に保育園を取り巻く事情が変化しても理論が適用可能であることを目指し、さらに待機児童問題以外の社会問題にも示唆を与えることを目指す。

我々は「制約付きマッチング」という問題を定義することから始める。既に述べたように、スタンダードなモデルでは受け入れ側には決まった「定員」があると想定するが、保育園がもつ資源制約は定員という概念ではうまくとらえられない。我々のモデルでは、一般性の高い「制約」という概念を定義する。我々の定義では、制約とは「保育園にマッチ可能な応募者の部分集合」の集合を指す。これは考えるなかで最も一般性の高い制約の定義であろうが、その一般性故に、制約付きマッチングモデルではスタンダードな解概念である「安定性」を満たすマッチングは必ずしも存在しない。そこで我々はより弱い要求をした公平マッチングを定義し、その中でも応募者にとって最も望ましいマッチング、名付けて応募者最適公平マッチングを解として採用する。我々の主定理では、この応募者最適公平マッチングの存在を保証するための制約に関する必要十分条件を導出する。さらに同じ条件の元で、応募者最適公平マッチングは素早く計算可能である。さらに、日本の保育園でそうであるように、優先順位が受け入れ側で共通である場合には、応募者は自分の希望順位を正直に伝えるのが最適であるという性質（耐戦略性という）を満たすことも示された。

喜ばしいことに、先程説明した保育園の制約はこの条件を満たすことがわかった。そこで我々は、応募者最適公平マッチングを導くメカニズムを新しい保育園入園決定の仕組みとして提案する。具体的制度設計としての評価をより進めるために、我々は山形市と文京区から提供を受けた行政データを用いてシミュレーションを行った。その結果、希望したどの保育園にも入所できなかった応募者は山形市で約63%、文京区でも約11%減少した。また、より多くの応募者にとって希望順位が高い保育園に入所ができるようになり、この点でも改善が見られた。

本稿は、雑誌「経済分析」の、ESRI 国際共同研究プロジェクトWG2において執筆された論文が掲載される号の一部となる予定であるが、このワーキンググループにおいて執筆された論文に共通するテーマは「制度」である。社会における「制度」は実に様々な意味に使われる言葉である。そこには社会保障制度や税制のように法によって決められたフォーマルなものから、共同体における慣習のようなインフォーマルなものまで含まれることもある。また三権分立などの非常に大きな枠組みを念頭に置くこともあれば、もっと非常に具体的、個別的なものに注目して使われることもある。本稿では保育園の入所決定のルール、特にアルゴリズム、という非常にフォーマルかつ具体的な制度についての分析を行う。もちろん待機児童問題一つをとっても本稿とは別の側面を「制度」と捉えて考察の対象とすることも可能であろうことは断っておく。

本論文の構成は以下の通りである。まず第二節では我々が提案する「制約付きマッチン

グ」のモデルを記述し、理論分析を行う。次に第三節では、この理論に基づいて日本の保育園データを用いた数値分析（シミュレーション）を行い、我々の理論に基づいたメカニズムが待機児童を減少させることを示す。第四節ではまとめと今後の展望を行う。なお、本論文では命題の証明は省略するので、興味がある読者は Kamada and Kojima (2020) を参照されたい。また、鎌田・小島 (2021) は本論文と関係が深い。そこでは本論文のものとは共通部分も持ちつつも理論的詳細が異なるタイプの制約付きマッチング問題を分析し、医師不足問題解決への提案を行っている。興味のある読者はそちらも参照されたい。

2. 理論分析

保育園に関する具体的な分析の前に、そのバックボーンとなるより一般的な理論を紹介する。

我々のモデルでは、有限な応募者の集合 I と保育園の集合 S が与えられているとする。各応募者 i は S およびマッチしない結果（「外部オプション」と呼ぶ）に対する選好を持っており、このランキングには同順位はないと仮定する。各保育園 s は I に同順位の無いランキングを持っていることとする。保育園の I に対するランキングは必ずしも保育園（の職員）の選好を反映せず、例えば自治体が定めた基準によるランキングなども想定するので、応募者の選好とは区別して優先順位と呼ぶことにする。

通常のマッチング理論における用法と同様に、どの応募者がどの保育園に配置されたか（もしくはどこにも配置されないか）を全て列挙したリストのことをマッチングと呼ぶ。さらに、全ての応募者が外部オプションかそれよりも望まれる保育園とマッチしているとき、そのマッチングは「個人合理性を満たす」という。

各保育園には何らかの制約が課されているとする。フォーマルには、保育園 s の制約は power set 2^I の空でない部分集合として定義し、 F_s と記す。解釈としては、 F_s は保育園 s にマッチ可能な応募者の部分集合を全て列挙したものである。そこで、応募者の部分集合 I' はもし F_s の元であればマッチ可能と呼び、 F_s の元でなければマッチ不可能と呼ぶことにする。また、全ての s についてそこにマッチしている応募者の集合がマッチ可能である時、そのようなマッチングのことを実現可能であるという。

さて、これより本論文で重要な役割を果たす「公平性」の概念を導入する。そのために次のような状況を考える。いま応募者 i' がある保育園 s にマッチしていて、 i はこの s を自分のマッチ先よりも好んでいるとする。このとき、もしも加えて s において i の優先順位が i' より高い時、 i は i' に対して正当な羨望 (justified envy) を持っているという。このような正当な羨望が全く生じていないようなマッチングを公平であると定義する。

さて、公平性は保育園を始めとする様々なマッチング問題で重要であるが、効率性ももちろん重要であろう。特に本稿では以下のような弱い効率性の性質に注目する。いま応募者 i は保育園 s を自分のマッチ先よりも好んでいるとする。この時、もしも s に既にマッ

ちしている応募者全てに i を加えたものが s においてマッチ可能なとき、このマッチングには無駄がある (wasteful) であるといい、このような応募者や保育園が一切ないようなマッチングは無駄がない (non-wasteful) という。

以上、本論文に登場するマッチングの望ましい性質—実現可能性、個人合理性、公平性、そして無駄の無いこと—を定義した。これら4つの性質をすべて満たすようなマッチングを安定的であるという。この「安定的」であるという用語を使う一つの理由は、スタンダードなマッチング問題 (Gale and Shapley 1962, Roth and Sotomayor 1990) においては、そこで定義されている安定性とこれらの4つの条件が同値になっているためである。その意味で、我々の条件はスタンダードなモデルにおける安定性の拡張として位置づけることができる。

残念ながら、これらの性質をすべて満たすマッチングは必ずしも存在しない (Kamada and Kojima 2020, Example 1)。ある意味で上記の全ての望ましい性質を満たすことは「無理な要求」であるわけだ。さて、こういう事情のもとでも何かポジティブな結果を得るためにあり得る一つのアプローチは、上記の条件のうちどれかを要求しないことにすることである。本稿では無駄がないという条件を課すのをやめ、実現可能性、個人合理性、そして公平性を満たすマッチングに注目する。ただしそのようなマッチングはしばしばたくさん存在する。さらに、仮に無駄がまったくないという条件を課すのをやめたとしても、そういった効率性の条件を全く無視してしまうと、それで得られるマッチングは効率性の面で非常に悪く実用的ではない。例えば保育園の入所決定において、どの応募者もどの保育園にも入れないというマッチングは実現可能性と個人合理性を満たすし、誰も保育園にマッチしていない以上羨望を受けることはなく、したがって公平性の条件も満たしている。しかしこのようなマッチングが望ましいものだとは誰も思わないであろう。そこで我々は、無駄がまったくないという強い条件は緩めつつも、他の3条件をみたす中でなるべく応募者にとって望ましいマッチングを目指すことにする。

定義：あるマッチングが①実現可能性、個人合理性、公平性を満たし、②各応募者が、条件①を満たすマッチングでマッチしうる相手の中でもっとも望ましい相手とマッチしているという性質を満たすとき、そのマッチングを**応募者最適公平マッチング**と呼ぶ。

平たくいえば、応募者最適公平マッチングはその名前から想像されるように、公平マッチングの中で応募者にとって特に望ましいマッチングということになる。ただし気をつけるべき点は、与えられた環境で応募者最適公平マッチングが存在するかどうかは全く自明ではないということである。というのは、あるマッチングが応募者最適公平マッチングであるということは、複数あるかもしれない公平マッチングの中から各々の応募者にとってもっとも望ましいものをそれぞれ選んでもらっても、そのマッチングが全ての応募者に共通して選ばれるということだからである。適当に持ってきた2つのマッチングのどちらを好

むのかは応募者間で同一であるとは限らないから、このような共通した最適なマッチングというのは場合によってはかなり厳しい要請である。

我々の主な発見は、この応募者最適公平マッチングが存在するための必要十分条件である。この発見を説明するために、制約に関する重要な条件を導入する。ある応募者の集合 I' が保育園 s にマッチ可能であれば I' のどんな部分集合も s にマッチ可能であるならば、保育園 s の制約は**一般的上限制約 (General upper bound, GUB)** であると呼ぶ。

我々が定義した GUB は、要するに「マッチ可能な応募者から一部だけを選び出してもマッチ可能なままである」という性質である。この条件は非常に多くの応用先で満たされるゆるい条件である。例えばスタンダードなマッチング理論では各保育園には決まった定員、つまりマッチできる人数の上限があると仮定されるが、これは GUB の特殊ケースになっていることは明らかだろう。しかしこれだけではなく、様々な応用先で見られるようなもっと複雑な制約も GUB になっている。

1. タイプ特殊的上限制約：保育園にマッチできる総人数の上限（定員）があり、それに加えてある特定の応募者のタイプに対して、そのタイプから〇〇人までしかマッチできないという、「タイプ特殊的上限制約」を考えよう。このような制約は例えばアフターマティブ・アクションやダイバーシティの観点からアメリカの公立学校選択制度で用いられている (Abdulkadiroglu and Sonmez, 2003)。この制約は GUB である。
2. 予算制約：保育園が応募者たちとマッチする際、相手により予算をいくら使わねばならないかというコストが異なっており、マッチする応募者たちのコスト総計が予め与えられた予算内に収まらなければならないという「予算制約」を考える (Biro et al. 2010, Abizada 2016)。例えば障害を持つ児童を受け入れるには追加的なコストがかかる場合などが、単なる定員制約で表せない予算制約の実例である。この制約が GUB になっていることは、総コストはマッチする集合が小さくなれば減ることから明らかであろう。
3. 多次元資源制約：各応募者が様々な（応募者間で同量とは限らない）資源を消費し、保育園の制約は「各資源について、応募者たちの総コストが保育園がもつ資源量以下である」という形であたえられる、多次元資源制約を考える。この制約は先程の予算制約の一般化であるが、同時に GUB になっていることも容易に示せる。実例としては難民と受け入れ地域のマッチングが挙げられる (Delacretaz, Kominers, and Teytelboym 2016)。難民家族の人数が住居という資源消費量に関連し、話す言語が語学研修や通訳などの資源消費量に関係し...といった具合である。

なお、ここまで見たように GUB は実用上重要な制約を多く含む非常に一般性の高い条件ではあるが、全ての応用例を含むというわけではない。重要な例として、マッチングにおける下限制約を挙げておく。下限制約とは、その名の通り「最低〇〇人はマッチする必

要がある」というタイプの制約のことである (Ehlers et al. 2011, Fragiadakis and Troyan 2016)。例えば固定費用の存在のために学校の入学者の最低人数が必要であるとか、最低限の医療サービス供給のために病院にある程度の医師が必要であるなどといった事情でこのような制約が望まれることがある。しかしながら、下限制約が GUB でないことは容易にチェックできるだろう。これに類似のものとして、応募者のある特定の応募者のタイプに対して、そのタイプから最低〇〇人マッチする必要があるという、「タイプ特殊的下限制約」も同様に GUB ではない。このような制約は学校選択や職場でのアフーマティブ・アクションやダイバーシティの観点で重要である。

さて、次にこの GUB という性質が、応募者最適公平マッチングの存在に十分条件でありかつある意味での必要条件にもなっていることを紹介する。

定理：すべての保育園の制約が GUB であれば、応募者最適公平マッチングが存在する。

GUB が応募者最適公平マッチングの存在に必要であるということを先に述べたが、こちらの主張を正確に記述するには少し注意が必要である。例えばある保育園の制約が GUB でないとしても、例えばたまたまその保育園を希望する応募者が一人もいなければその保育園は「存在しない」と殆ど同じなので、応募者最適公平マッチングが存在しないとは必ずしも言えない。代わりに我々は「特定の保育園の制約が、他の (GUB 制約をみたく) 保育園や応募者の希望などのデータがどんなものであっても応募者最適公平マッチングの存在を保証できる」ための条件としては GUB が必要である、ということを示した。

定理：ある保育園 s の制約が GUB でないとする。すると s 以外の保育園の制約で GUB を満たすものと応募者の選好プロファイルの中で、 s の制約と合わせると応募者最適公平マッチングが存在しないような場合が存在する。

上記の二つの定理により、GUB は応募者最適公平マッチングの存在を保証する必要十分条件であることが示された。

ところでマッチング制度を実社会で使う際には、データをどこから得てくるのかということが非常に重要である。特に、保育園の文脈では応募者の保育園に関する希望順位は応募者自身に聞く必要がある。応募者は自分の子供を望ましい保育園に入れることを望んでいるから、かりにマッチング制度が「嘘をつく」と得できるような仕組みになっているならばそうする可能性は高いだろう。すると応募者には無駄なストレスを与えることになりかねないし、正直に提出されていないデータに関して公平性や効率性を達成したとしても、それは本当の希望に即した公平性や効率性という本来目指した結果を達成できているとは限らず望ましくない。そこで応募者最適公平マッチングを出力するメカニズム (応募者最適公平メカニズムと呼ぶことにする) において正直申告が応募者自身にとって最適である

という性質、耐戦略性、があるかどうかが重要である。残念ながら Kamada and Kojima (2020) は、耐戦略性は必ずしも成り立たないことを発見した。

では、もう少し特殊な場合ならば耐戦略性を満たすことはないだろうか？幸いにして応用上重要な特殊ケースで耐戦略性を示すことができる。

定理：各保育園の制約が GUB である状況を考える。もしも優先順位が全ての保育園間で共通ならば、応募者最適公平メカニズムは耐戦略性を満たす。

以上の議論により、応募者最適公平メカニズムは実務上有用な解を与えられる可能性があるといえるだろう。ただし実務で用いるためには応募者最適公平マッチングが現実的な時間内で計算できるかどうかは気になるところである。本稿では詳述をしないが、Kamada and Kojima (2020) では具体的な計算手続き（アルゴリズム）を提供しており、計算時間は非常に速い（特に、計算機科学でいうところの多項式時間で解ける）ことが知られている。

注：なお、本論文では応募者の耐戦略性のみを考察し、保育園の戦略的インセンティブについては考察しなかった。日本の認可保育園における優先順位は各保育園が決めるのではなく自治体によって決められているのが、その理由である。しかし他の応用先では応募側のみならず受け入れ側にも戦略的操作の余地があるので、こういった問題を考えることが重要な場合もある。

3. 認可保育園の分析

3.1 理論的分析

さて GUB の理論的な重要性は示されたが、本稿での主な関心事は保育園の入所決定をどうするかである。とくに、現実の保育園問題に存在する制約が GUB であるかどうかは気になるだろう。この問題に答えるために、日本における認可保育園の制約を少し議論しよう。

第一節で紹介したとおり、日本の認可保育園は大部分が入園する 4 月時点での年齢別に分けられていて、0 歳～5 歳までの 6 つのグループが存在する。保育園の主要なリソースは保育士と保育室や園庭などのスペースである。需要側（園児）と供給側（保育士、スペース）について国により満たすべき比率が定められている（さらに自治体が追加的な基準を要求することもある）。例えば園児と保育士の比率は、保育士 1 人につき 0 歳から 5 歳まで順にそれぞれ 3 人、6 人、6 人、20 人、30 人、30 人までとされている。スペースについても同様に、1 人の園児あたり必要な広さが年齢ごとに定められている。保育士やスペースに関する、国の基準と保育園からの供給量により、保育園の制約が導かれる。議論の単純化のため、先程書いた保育士の配置基準のみが制約だと想像して、それを「保育園制約」

と呼ぶことにしよう。

まず、保育園制約はスタンダードな「定員」の制約の範囲内には収まっていないことには注意が必要だ。先程述べたとおり、定員制約は「〇〇人までの応募者はマッチ可能だが、それより多い人数の応募者はマッチ可能でない」というものである。ところが保育園制約では何人をマッチできるかは応募している園児の年齢によるので年齢には無関係な定員の形で書くことはできないわけである。このため既存理論で提案されているマッチングメカニズムをそのまま使うことはできないという問題に直面するのだ。ところが幸運なことに、保育園制約は我々が開発したマッチングメカニズムを適用できる。このことは次の命題による（証明はほぼ自明）。

命題：保育園制約は GUB である。

さて、上記命題により保育園制約は GUB であるが、現状の保育園行政では保育園制約がもつ柔軟性を十分に活用していない。というのは、現状では、入所決定に際して自治体はまず各保育園の各年齢について予め募集定員を設定し、その後に応募者からの希望順位を募るという方法をとっている。そしてある応募者が特定の保育園に入所できるかどうかは、その応募者（の子供）の年齢に定められた定員があるかどうかで判断される。もしも年齢別定員に空きがなければ、仮に同じ保育園の別の年齢用に保育士が余っていてもこの応募者は涙をのむことになる。この方法を「硬直的制約」と呼ぶことにする。

命題：硬直的制約は GUB である。

命題：硬直的制約の元での応募者最適公平マッチングと保育園制約の元での応募者公平マッチングを比較すると、どの応募者にとっても後者の方が希望順位が同じか高い相手とマッチしている。

このため、現行の保育園で行っているような方法の改善案として、硬直的制約ではなく本来の保育園制約のもとでの応募者最適公平メカニズムを採用することが望ましいと考えられる。この改善案を直観的に言い直すと次のようになる：

各保育園の年齢別定員をあらかじめ硬直的に設定してしまうのではなく、各年齢ごとに何人の保育士を配属するかは応募者が実際に申告した希望順位に従って定める。その際、各応募者について、公平性を満たすという条件の元で最適な相手と入所決定をする（=応募者最適公平マッチングを出力する）。

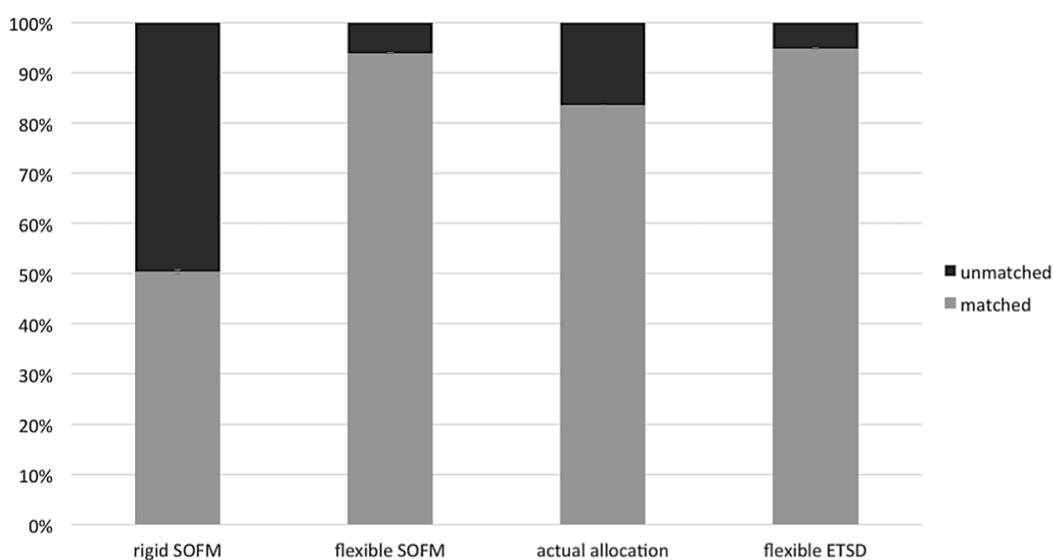
これが我々の具体的な政策提案である。

3.2 データ分析

我々の分析では山形市の行政データを用いる（なお、Kamada and Kojima (2020) ではさらに文京区データの分析も行っている）。データは2018年4月入園のために提出されたもので、応募者数は1437人。それぞれの応募者について、提出した希望順位表と、その保護者の優先順位に関する情報を得た。ただし優先順位については提供されたデータだけでは実際の優先順位を全て復元することはできないため、データ上は同順位になっている保護者についてはランダムにタイブレイクを行った。ランダムタイブレイクは250回行い、ここで報告する統計量はこの250回の試行における平均値である。なお優先順位は全ての保育園で同一である。なお、我々のシミュレーションにおいては応募者から提出された希望順位は真の希望順位であると解釈する。山形市と文京区ともに現行制度は耐戦略性を満たすものを用いているので、この仮定はある程度もつともらしいと言えよう。

保育園に関する情報は次のものである。データには93箇所の保育園があり、各保育園について各年齢の募集定員の人数を含んでいる。ただ各保育園に勤務する保育士の人数はデータとして与えられていない。保育園制約は保育士の人数によって決まってくるため、このデータ制約は重要である。我々のシミュレーションでは、年齢ごとの定員から、その募集定員いっぱいの入園がマッチ可能である最低の人数だけ保育士がいるという仮定をして保育士の人数を定義した。

図表 1 各メカニズムにおけるマッチ率・アンマッチ率の比較

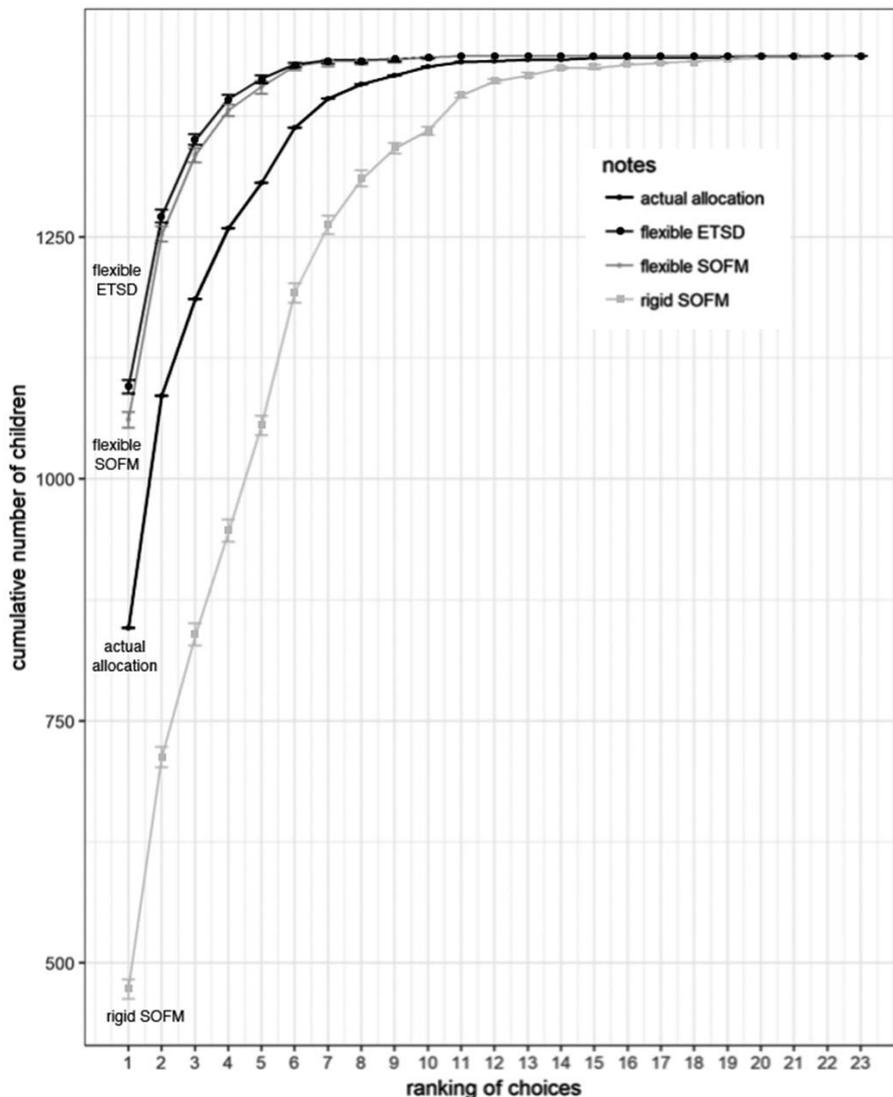


(備考) matched は保育園にマッチした児童の割合を表し、unmatched は保育園にマッチしなかった児童の割合を表す。また、

1. rigid SOFM は硬直的制約下の応募者最適公平マッチングを表す。
2. flexible SOFM は保育園制約下の応募者最適公平マッチングを表す。
3. actual allocation は山形市における現行制度下の結果を表す。
4. Flexible ETSD は本稿では詳述しないが、保育園制約下で公平性を要求しない場合のある種の理論的上限を表す。

出典：Kamada and Kojima (2020)

図表2 各メカニズムにおける第1希望まで、第2希望まで...の結果になった人数の比較



(備考) ranking of choices は希望順位を表し、cumulative number of children は横軸で指定された希望順位に対し、その希望順位までにマッチした累計の児童数を表す。また、

1. actual allocation は山形市における現行制度下の結果を表す。
2. Flexible ETSD は本稿では詳述しないが、保育園制約下で公平性を要求しない場合のある種の理論的上限を表す。
3. flexible SOFM は保育園制約下の応募者最適公平マッチングを表す。
4. rigid SOFM は硬直的制約下の応募者最適公平マッチングを表す。

出典：Kamada and Kojima (2020)

保育園の入所決定ではきょうだいの取り扱いに関して特例がある場合がある。今回のシミュレーションにおいてはきょうだいに関する情報が十分得られなかったため、全てが(きょうだいなしの) 応募者であるという仮定のもとで分析する。

さて、データ分析の結果を述べよう。図表1では硬直的制約と保育園制約それぞれのもとで、希望したどこかの保育園に入れた応募者とどこにも入れなかった応募者の比率(マ

マッチ率およびアンマッチ率)をグラフ化している。硬直的制約ではアンマッチ率が50%程であるのに対し、保育園制約のもとではアンマッチ率は6%まで減少した。言い換えると、保育園制約のもとでのアンマッチ率は硬直的制約におけるものの12%程に過ぎない。前節の命題によりアンマッチ率が増加はしないこと自体は理論的に常に正しいことであるが、減少幅が数値的にも非常に大きいことはデータを使って初めてわかったことである。

さて、上記の数字は「現行制度と比べて保育園制約下の応募者最適公平マッチングが大きなアンマッチ率減少につながる」ということを必ずしも示唆しない。というのは、現行制度では制約こそ硬直的制約を用いているが、出力されるマッチングは応募者最適公平マッチングどころか公平マッチングにさえなっていないからだ。公平性という制限がない分、現行制度の結果は原理的には応募者最適公平マッチングよりも効率が良くなることもありえる。

先程の図表1ではこの問題についてもデータを分析している。ここに示されているように、現行制度下でのアンマッチ率は同じく硬直的制約を用いた際の応募者最適公平マッチングと比べれば少ない。一方で、保育園制約のもとでの応募者最適公平マッチングでのアンマッチ率は現行制度下のアンマッチ率よりもさらに少ない。現行制度から保育園制約下の応募者最適公平マッチングへの変更により、アンマッチ率は実に63%も減少している。このように、公平性の要求による効率性の負の効果よりも、硬直的な制約をやめて本来の保育園制約のもつ柔軟性を利用することの正の効果の方が、ある意味でより大きいことが見て取れる。

アンマッチ率は待機児童数と直接的な関係にあり重要な指標だが、これ以外の指標も重要であろう。そこで図表2では、第1希望、第2希望まで、第3希望まで...に入園した総計をグラフとして示している。ここでも我々の提案した保育園制約のもとでの応募者最適公平マッチングが高いパフォーマンスを示していることが見て取れるであろう。

4. 結び

4.1 要約

本論文では Kamada and Kojima (2020) に基づいて、認可保育園の入所問題をマーケットデザイン研究の手法を用いて分析した。理論的には、保育園問題を特殊ケースとして含むような「制約つきマッチング」の理論を開発し、解概念として応募者最適公平マッチングを定義し、この解の存在を保証するための必要十分条件を導き出した。保育園入所問題について、この解を自治体の行政データの元で計算した。多くの応募者たちはより希望順位の高い保育園に入所でき、入所できる人数も増えることが確認された。

4.2 政策担当者向けの要約

本論文は政策担当者を重要な読者層として想定しており、ここで本論文の分析から導か

れる待機児童問題への具体的提案をもう一度振り返ることにしたい。

1. 現行の制度では、自治体はまず各保育園の各年齢について予め募集定員を設定し、その後に応募者からの希望順位を募っている。
2. 現行の制度では、もしも応募者の子供の年齢用の募集定員に空きがなければ、仮に同じ保育園の別の年齢用の枠が余っていても入所することができず、無駄が生じている。
3. 我々の改善案では、各保育園の年齢別定員をあらかじめ硬直的に設定せずに、各年齢にどれだけの保育士を配属するかを実際に申告された希望順位に従って定める。そのように決めた定員のもと、公平性を満たしその中で応募者たちにとって最も望ましいマッチングを求める計算方法がある。
4. 自治体の行政データを用いたシミュレーションにより、我々が提案する新方式を使えば現行方式に比べて入所できない応募者の数が大幅に減少するなどの改善が見られた。

以上により、我々が提案する新方式は保育園マッチング実務への導入を検討するに値すると思われる。

4.3 今後の展望

本論文では理論的な分析にとどまらず現実の保育園データの分析を行ったが、現実への応用のためにはデータ分析をより深めることが重要だと思われる。山形市と文京区のデータでは我々が提案したメカニズムは入所結果を大いに改善したが、その他の自治体でも同じような改善が起きるだろうか？データ制約から置きたいいくつかの仮定（きょうだい問題の捨象、優先順位の一部ランダムタイブレーク、保育所スペースの捨象など）を実データによるものに置き換えても同様の改善が起きるだろうか？これらの疑問に答えるために、我々はより多くの自治体の協力のもとデータ分析を行うことを計画中である。

なお、本論文は保育園の問題のうちマッチングアルゴリズムに注目した話題を扱っているが、いうまでもなく保育園の問題にはさまざまなアプローチや論点がある。例えば本論文では所与とした優先順位自体をどう決めるのが望ましいかについて考えることは重要かもしれない。また、保育園への補助や保育士の数をどうするかは待機児童問題に大きな影響を与える政策課題である。また、マッチング理論やその応用であるマーケットデザインは社会の仕組み、制度の設計という大きなテーマを扱うことを目的としており、保育園以外の政策にも応用が可能である。本誌に掲載されるもう一つの鎌田・小島論文では研修医マッチングへの応用を論じている。

著者たちを含む研究者たちは2020年秋に東京大学マーケットデザインセンター（University of Tokyo Market Design Center, UTMD）を設立し、マーケットデザインの研究知

見を社会実装することを目指して活動を開始した。日本における待機児童問題の解決はセンターが掲げる社会実装の柱の一つである。現在（本論文を執筆している 2020 年冬時点）いくつかの自治体や企業などと実装に向けた協議を始めたところである。著者たちは今後とも日本の待機児童問題解決に貢献したいと考えているので、興味のある方は UTMD 事務局（market-design(at)e.u-tokyo.ac.jp）までご連絡をいただきたい。

参考文献

- 鎌田雄一郎・小島武仁（2021）「制約付きマッチングの理論の総説と日本における研修医マッチングへの応用」『経済分析』掲載予定
- Abdulkadiroglu, Atila, and Tayfun Sonmez (2003), “School Choice: A Mechanism Design Approach,” *American Economic Review*, Vol. 93, No. 3, pp.729-747.
- Abizada, Azar (2016), “Stability and Incentives for College Admissions with Budget Constraints,” *Theoretical Economics*, Vol. 11, No. 2, pp.735-756.
- Biro, Peter, Tamas Fleiner, Robert W. Irving, and David F. Manlove (2010), “The College Admissions Problem with Lower and Common Quotas,” *Theoretical Computer Science*, Vol. 411, pp. 3136-3153.
- Delacretaz, David, Scott Duke Kominers, and Alexander Teytelboym (2016), “Refugee Resettlement,” *working paper*.
- Ehlers, Lars, Isa Hafalir, Bumin Yenmez, and Muhammed Yildirim (2014), “School Choice with Controlled Choice Constraints: Hard Bounds versus Soft Bounds,” *Journal of Economic Theory*, Vol. 153, pp.648-683.
- Fragiadakis, Daniel, and Peter Troyan (2017), “Improving Matching under Hard Distributional Bounds,” *Theoretical Economics*, Vol. 12, No. 2, pp.863-908.
- Gale, David, and Lloyd Shapley (1962), “College Admissions and Stability of Marriage,” *The American Mathematical Monthly*, Vol. 69 No. 1, pp.9-15.
- Kamada, Yuichiro, and Fuhito Kojima (2020), “Fair Matching under Constraints: Theory and Applications,” *The Review of Economic Studies*, forthcoming.
- Roth, Alvin E., and Marilda A. O. Sotomayor (1990), “Two-Sided Matching: a Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis,” *Cambridge University Press*, Cambridge.

「待機児童問題：マッチング理論によるアプローチ」に対するコメント

松井 彰彦***

待機児童問題マッチング理論の社会実装.

待機児童問題は、子育て世帯にとって切実な問題であり、それゆえに社会にとっても大きな問題である。鎌田・小島（2021b）は、この問題解決のための制度設計を試みている。保育士と児童の比率に関する配置基準など現実に存在する様々な制約を取り扱うため、彼らは新しい「制約付きマッチング」のモデルを提示し、理論的に分析する。規範的に重要な公平性および（応募者）最適性が議論の中心である。鎌田・小島は理論分析の結果をもとに、保育園制度の改善策を検討する。まず保育園独自の問題として、保育士の必要数が年齢ごとに異なるという点が挙げられる。例えば、園児と保育士の比率は、保育士一人につき0歳から5歳までそれぞれ順に3人、6人、6人、20人、30人、30人までとされている。それに対し、現行のマッチング制度は0歳児は何人まで、1-2歳児は何人までというように年齢ごとに枠が決まっている。ここに無駄があると鎌田・小島（2021b）は指摘する。例えば、ある保育園で0歳児の希望児童数が枠を超える一方、1-2歳児の枠が余っているとしよう。このとき、0歳児の親は保育士が余っているにもかかわらず、子供を希望する保育園に入れられないこととなる。この問題を解消するため、鎌田・小島（2021b）は新しい制度を提案する。それによれば、「各年齢ごとに何人の保育士を配属するかは応募者が実際に申告した希望順位に従ってアルゴリズム内で自動的に適切に決める」という。鍵は自動化で、それにより行政側の業務負担を軽減し、より多くの応募者が希望する保育園に入園できるようになるという。さらに、応募者の保育園に対する希望順位や優先順位に関する自治体の行政データを用いて、保育園の制約のもとでの応募者最適公平マッチングのパフォーマンスを測定する。応募者最適公平マッチングでは現行の制度と比べ、希望先の保育園に入れない児童が減少し、さらにより多くの応募者がより希望順位の高い保育園へ入園できることがデータで確認されたという。今後、この制度を社会実装することが課題となる。その際、保育園側の選好をどう組み込んでいくかも課題となるかもしれない。例えば、保育園によっては園児の年齢構成にある程度気を配りたいと思っているかもしれない。それが制約ならば元の年齢ごとに枠をつける方式に戻ればよい話だが、あくまでも保育園の希望であった場合、ないしそれが社会的に見たときに望ましいあり方だった場合にどのようにアルゴリズムを修正するかは、自治体等との話し合いの中で決まっていくことになるであろう。いずれにせよ、制度導入のためには、自治体や諸団体とのコネクション作りや泥臭い説得が重要となるだろう。小島は2020年に設立された東京大学マーケットデザインセンターのセンター長であり、その手腕に期待がかかる。

*** 松井 彰彦：東京大学大学院経済学研究科教授。（東京大学大学院経済学研究科 E-mailaddress: amatsui(at)e. u-tokyo. ac. jp URL: <http://www.e.u-tokyo.ac.jp/~amatsui>）

参考文献

- Matsui, Akihiko and Megumi Murakami (2021) “Deferred Acceptance with Renegotiation,” mimeo.
- 青木昌彦 (2008) 『比較制度分析序説 経済システムの進化と多元性』, 講談社学術文庫.
- 飯田高 (2021) 「自助・共助・公助の境界と市場」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 井伊雅子・原千秋 (2021) 「不確実性の下での良き意思決定：適切な医療とは？」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 鎌田雄一郎・小島武仁 (2021a) 「制約付きマッチング理論の総説と日本における研修医マッチングへの応用」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- (2021b) 「待機児童問題：マッチング理論によるアプローチ」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 熊谷晋一郎 (2021) 「当事者研究の導入が職場に与える影響に関する研究」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 白波瀬佐和子 (2021) 「超高齢社会の再分配と包摂的成長」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 野村裕・堀展子 (2021) 「診療・受療行為の習慣的な地域差と情報提供の在り方に関する分析」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 松井彰彦・川島聡 (2021) 「制度の隙間をなくす：特別制度から一般制度への昇華」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 松井彰彦・村上愛 (2021) 「明治期日本の医学制度と「難病」：帝国陸海軍の脚気対策」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 森口千晶 (2021) 「高等教育における能力主義的選抜と教育機会の平等について」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 厚生労働省 (2020) 「「特例子会社」制度の概要」, 最終閲覧日：2020年12月1日、
<https://www.mhlw.go.jp/bunya/koyou/shougaisha/dl/07.pdf>.