

論文

制約付きマッチングの理論の総説と 日本における研修医マッチングへの応用*

鎌田 雄一郎・小島 武仁**

＜要旨＞

我々は、いくつかの論文にて制約付きマッチング問題の理論を構築してきた。本論文の目的は、2つある。第一に、本稿は、これらの論文に含まれる結果を整理し直す。第二に、その整理された結果に基づき、我々は日本の研修医マッチングに関する政策提言を行う。

制約付きマッチングとは、何かしらの外生的な制約が課されたマッチング問題を指す。代表的な例としては、日本における研修医マッチングがある。ここでは、各47都道府県それぞれに、マッチできる研修医数の上限が設定された。我々の理論はこの制約を守りながら効率的に医師を病院にマッチさせるメカニズムをデザインした。我々は、この例への応用にとどまらず一般的に応用できる制約付きマッチングの理論を構築した。

JEL Classification Codes : C70, D47, D61, D63

Keywords : 制約付きマッチング、研修医マッチング、効率性、マーケットデザイン

* 本稿の作成に当たっては、主査の松井彰彦氏をはじめ ESRI 国際共同研究プロジェクト WG2 のメンバーから有益なコメントをいただいた。さらに東京大学マーケットデザインセンターの秋田勇太郎、岩瀬祐介、小田原悠朗、河野遥希、小林雅典、永井雅美、松下旦の各氏に論文の精査などご協力いただいた。深く感謝を申し上げます。

** 鎌田 雄一郎：カリフォルニア大学バークレー校ハース経営大学院准教授、東京大学大学院経済学研究科グローバル・フェロー、NTT リサーチ サイエнтиスト。

小島 武仁：東京大学経済学部教授、東京大学マーケットデザインセンター・センター長。

Synthesis of the Theory of Matching with Constraints and the Application to the Japanese Medical Matching Market

By Yuichiro KAMADA and Fuhito KOJIMA

Abstract

We have developed a theory of matching with constraints over several articles. The objective of this paper is two-fold. First, we synthesize the results contained in those papers. Second, we make a policy-proposal regarding Japanese medical residency matching.

Matching with constraints refers to the problem of matching in which some exogenous constraints are imposed. A leading example is the Japanese medical residency matching, where for each of the 47 prefectures, the government has set an upper bound on the number of doctors that can be matched. Our theory designs a matching mechanism that efficiently matches doctors with hospitals while respecting such a constraint. Motivated by this example, we develop a general theory of matching with constraints.

JEL Classification Codes: C70, D47, D61, D63

Keywords: matching with constraints, medical residency matching, efficiency, market design

1. はじめに

1.1 本稿の2つの目的

医師の都市部への偏在問題は日本において喫緊の課題である。研修医は医療供給の重要な戦力であるので、この問題を理解するには、研修医がどのように病院に配属されるかの仕組みを理解する必要がある。しかしその詳細を述べる前に、この論文の核心をまず述べておきたい。

医師の偏在問題に対応すべく、2009年に研修医の配属方法に改変がなされた。筆者らは、既に出版されたいくつかの論文（Kamada and Kojima, 2015, 2017, 2018, 2019）でこの改変の問題点を指摘し、この日本の研修医マッチング問題を含む様々なマッチング市場において応用されうる理論を構築した。

しかし様々な理論的結果がこれらの論文に散らばってしまったため、理論的結果を統括して理解するのが難しくなっている。本稿の第一の目的は、これらの論文で報告された理論的結果を整理することである。この際、「日本の研修医マッチングへの応用」という視点を保ちつつ、結果を概観する。

本論文では、以下の4論文の内容を整理する。

1. Kamada, Yuichiro and Fuhito Kojima, “Efficient Matching under Distributional Constraints: Theory and Applications” (2015): *American Economic Review* 105(1): 67-99. (以下、「AER論文」)
2. Kamada, Yuichiro and Fuhito Kojima, “Stability Concepts in Matching under Distributional Constraints” (2017): *Journal of Economic Theory*, 168: 107-142. (以下、「JET論文」)
3. Kamada, Yuichiro and Fuhito Kojima, “Stability and Strategy-Proofness for Matching with Constraints: A Necessary and Sufficient Condition” (2018): *Theoretical Economics*, 13(2): 761-794. (以下、「TE論文」)
4. Kamada, Yuichiro and Fuhito Kojima, “Accommodating Various Policy Goals in Matching with Constraints” (2019): *Japanese Economic Review*, 71 (Special Issue): 101-133. (以下、「JER論文」)

以下では、それぞれの論文を順に、AER論文、JET論文、TE論文、JER論文と呼ぶ。

本稿の第二の目的は、これらの理論的結果をもって、政策提言をすることである。この政策提言は、本論文の主部分で理論の整理をしたのち、第4節「おわりに」にて行う。

1.2 問題の詳細と、本稿で整理する結果

では、問題の詳細を解説しよう。

臨床研修は、研修医にとっては医師としてひとり立ちする前に実地で医療を学ぶかけがえのない機会である。一方、医療の現場においては、研修医は重要な戦力として役立つ。このため、「どの研修医がどの病院で働くか」という問題は、研修医にとっても病院にとっても重要な問題である。

しかし、「どの研修医がどの病院で働くか」を決めるのは簡単ではない。毎年 8000 人を超える研修医と、1000 個を超える病院プログラムがあるため、「どの研修医がどの病院で働くか」の答えには無数の可能性があるからだ。

2003 年より前には、各大学の「医局」と呼ばれる部署が、所属する各研修医の働き先を実質決めていた。しかしこの方法では、研修医の「どの病院で働きたいか」に関する希望が反映されにくく、また、受け入れ側の病院も、「多数の研修医を吟味して誰を採用するか決める」といった決定がしにくい。

これらの問題を解決する「マッチングメカニズム」と呼ばれる手法が、2003 年から導入された。この手法は、以下のようにして「どの研修医がどの病院で働くか」を決める。

マッチングメカニズム：まず、各研修医は「どの病院で働きたいか」に関する希望順位表を医師臨床研修マッチング協議会（以後、「協議会」）に提出する（1 位から、何位までも順位表に記載できる。行きたくないところは順位表に載せなくてよい）。これと同時に、各病院は、「どの研修医を採用したいか」に関する希望順位表を協議会に提出する（1 位から、何位までも順位表に記載できる。採用したくない研修医は順位表に載せなくてよい）。このようにして提出された順位表をもとに、「どの研修医がどの病院で働くか」をアルゴリズムを用いて決定する。

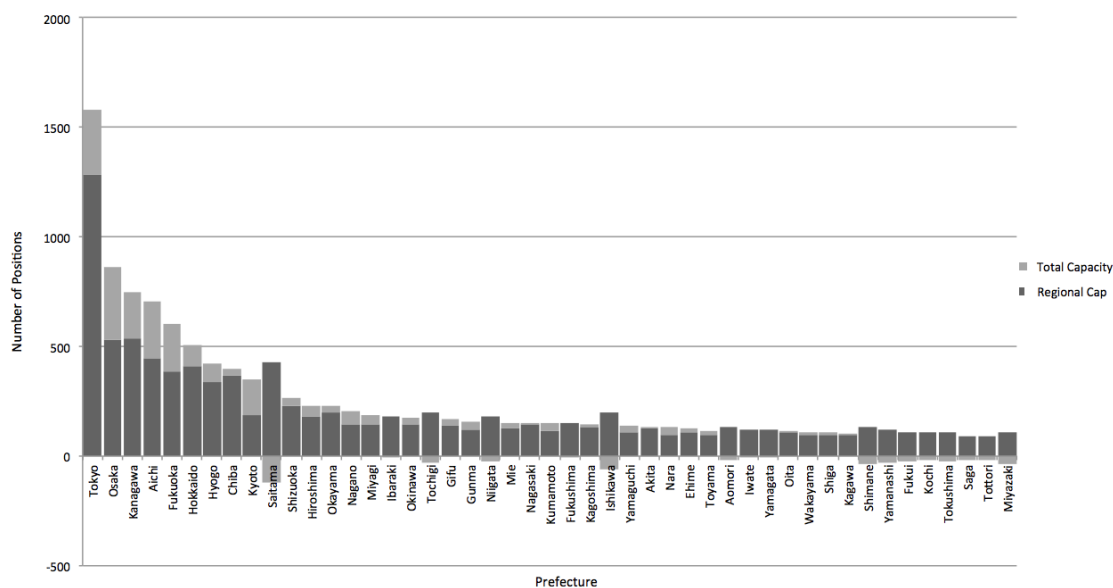
上記マッチングメカニズムにて、全研修医と全病院から集まった希望順位表をどのように「どの研修医がどの病院で働くか」に変換するかを決めるアルゴリズムには、たくさんの可能性が考えられる。2003 年のマッチングメカニズム導入時には、アメリカで長年使われてきた「受入保留アルゴリズム」と呼ばれるものが使われた。

「受入保留アルゴリズム」の詳細は後の節に譲るが、2009 年に、都市部における研修医の集中、そしてそれに伴う地域医療の逼迫という問題を受け、協議会は研修医の数に都道府県別に定員を設けることを決定した（都道府県別定員のサイズは、図表 1 を参照）。ただし「受入保留アルゴリズム」を使うとこの定員が守られない可能性が考えられるため、定員の設置に伴い、アルゴリズムを「受入保留アルゴリズム」から新しいアルゴリズムに変更した。この新しいアルゴリズムを本稿では「JRMP アルゴリズム」と呼ぼう¹。

¹「JRMP」は、「医師臨床研修マッチング協議会」の英語呼称である「Japan Residency Matching Program」の頭文字をとったものである。

しかし、「JRMP アルゴリズム」にはいくつかの問題点があることが AER 論文によって示された（問題の詳細の解説は、後の節を参照）。AER 論文はさらに、都道府県別定員を守りつつこれらの問題を克服する新しいアルゴリズムである「柔軟受入保留アルゴリズム」を提案した。JET 論文、TE 論文、JER 論文は、AER 論文の理論的基礎付けおよび拡張を行っている。

図表 1：都道府県別定員（濃棒）と都道府県別病院定員の総和（薄棒）



（備考）たとえば東京都（最も左の棒）内の病院の定員の総和は約 1600、定員は約 1300 である。また、埼玉県（左から 10 番目の棒）内の病院の定員の総和は約 350、定員は約 450 である。

「柔軟受入保留アルゴリズム」の詳細は後述するが、ここではその性質を概説しておく。以下のことが理論的に示された。

1. 「柔軟受入保留アルゴリズム」によって決定されるマッチングは（制約下での）効率性および（制約下での）安定性を満たす。これらの概念は後述するが、大まかにいうと、他のどのマッチングをとってきても、「柔軟受入保留アルゴリズム」によって決定されるマッチングと比べて希望順位が下の相手とマッチすることになる参加者がおり、また、「柔軟受入保留アルゴリズム」によって決定されるマッチングにおいては、研修医と病院が「抜け駆け」して得することはない。これらの性質は、「JRMP アルゴリズム」で決定されるマッチングでは必ずしも満たされないものである。
2. 「柔軟受入保留アルゴリズム」によって決定されるマッチングと「JRMP アルゴリズム」で決定されるマッチングを比べて、後者の方が良いという研修医は存在しない。

3. 「柔軟受入保留アルゴリズム」においては、どの研修医も、自分の真の希望順位ではない希望順位を希望順位表に書いて協議会に提出しても、真の希望順位を書いた場合と比べて得するという事はない。これは、「JRMP アルゴリズム」でも満たされていた性質である。

さらに、上記2番と関連して、シミュレーションの結果、「柔軟受入保留アルゴリズム」によって出てくるマッチングと「JRMP アルゴリズム」で出てくるマッチングを比べて、マッチが良くなる研修医の数はかなり多いということが分かった。

上記の理論的結果は日本の都道府県別定員のある環境でのものだが、それはより広い範囲での環境でも成り立つことが分かった。本稿では4論文全てをカバーすべく、できるだけ広い範囲におよぶ環境でモデルを記述し、必要に応じて具体的な環境（たとえば日本の都道府県別上限のある環境）に特化することとする。

1.3 「制度」について

本稿の他にも、ESRI 国際共同研究プロジェクト WG2において執筆された論文が雑誌「経済分析」の同じ号に掲載される予定であるが、このワーキンググループにおいて執筆された論文に共通するテーマは「制度」である。そこで、本論に入る前に、本稿が「制度」をどう捉えるかについて筆者らの見解を述べておく。

本稿においては、「制度」の捉え方は少なくとも2通りありうる。第一には、我々は制度を所与とした上で、厚生を改善を図っている、という捉え方がありうる。具体的には、都道府県別定員を要求するというのが制度であり、これを所与とした上で、できるだけ良いマッチングメカニズムを考案しよう、という立場である。

第二に、我々は制度自体を設計しているのだ、という捉え方もありうる。つまり、マッチングメカニズム自体も制度の一部と捉え、その、マッチングメカニズム=制度の一部を我々が設計するのだ、という立場である。

どちらの捉え方をしようと、当然数学的には結局同じことをしているわけであるが、このように、

1. 「制度」とは何か、
そして、
2. 我々はその制度の内側を変革しようとしているのか、外側を変革しようとしているのか、
を明確に意識することによって、問題をよりクリアに理解することができるであろう²。

² 本稿の範疇を超えるが、都道府県別上限の設定方法自体をもモデルの中に取り込むということも原理的には考えうる。そのような分析を行う場合にも、制度の内側と外側を意識するのは有用であろう。

2. モデル

2.1 基本設定

まず、4 論文に共通するモデルを記述する。

有限人の医師 $d_1, \dots, d_n$ と、有限個の病院 $h_1, \dots, h_m$ がある。各医者は、全ての病院および「マッチしないこと」を同率なしでランク付けしている。各病院は、全ての医師の集合の部分集合を同率なしでランク付けしている。さらに各病院 h は、定員（非負の整数） q_h を持っている。各病院のランク付けは、リスポンシブネス（Roth, 1985）と呼ばれる性質を満たすこととする。これは、

1. $\{d\}$ が $\{d'\}$ よりもランクが高ければ、「 d' を含み d を含まない部分集合で、人数が q_h 以下のもの」よりも、「その部分集合から d' を外し d を付け加えた部分集合」を高くランク付けし、
 2. $\{d\}$ が誰ともマッチしないよりもランクが高いならば、「 d を含まない部分集合で、人数が q_h より少ないもの」よりは「その部分集合に d を加えた部分集合」を高くランク付けし、
 3. 「定員 q_h よりも多い人数を含む部分集合」は空集合よりもランクが低い、
- ということを要請するものである。

「仮マッチング」 μ とは、どの医師とどの病院がマッチしたかを記述する関数である。たとえば $\mu(d)=h$ とは医師 d が病院 h にマッチしていることを表し、 $\mu(h)=\{d, d'\}$ とは病院 h が医師 d と医師 d' にマッチしていることを表す。各ペア (d, h) について、 $\mu(d)=h$ と $\mu(h)$ に d が含まれることは同値であることが要請される。

仮マッチングの中でも、「各医師はたかだか一つの病院としかマッチしない」という条件を課したものを「マッチング」と呼ぶ。

「メカニズム」とは、すべての医師のランク付けとすべての病院のランク付けが与えられたときに、一つのマッチングを返す関数である。

あるメカニズムが「耐戦略性を満たす」とは、すべての医師 d について、以下のことが成り立つということである。

“ d 以外のすべての医師のランク付けとすべての病院のランク付け」を一つ固定する。これを P_d と呼ぶ。医師 d の二種類のランク付け P_d と P'_d を考える。「メカニズムが (P_d, P_d) のもとで返すマッチングにおける d のマッチ相手」と「メカニズムが (P'_d, P_d) のもとで返すマッチングにおける d のマッチ相手」を比べると、後者の方が前者より P_d のもとで高くランク付けされることはない。この性質が、どのように「 d 以外のすべての医師のランク付けとすべての病院のランク付け」を固定しても成り立つ。”

直観的には、医師 d 以外の他の医師や病院がどんなランク付けをメカニズムに伝えようとも、 d 自身は真のランク付けでないランク付けをメカニズムに伝えたところで、得をす

ることではない、ということである。言い換えると、医師 d はメカニズムに嘘をつくインセンティブがない、ということである。

2.2 制約

マッチング μ が与えられると、各病院に何人の医師が配属されたかのリスト

$$w(\mu) = (|\mu(h_1)|, \dots, |\mu(h_m)|)$$

をつくることができる³。「制約」とは、こうして作られるリストそれぞれについて「満たす」か「満たさない」かを判定するものである。あるリスト $w(\mu)$ が制約を「満たす」とき、マッチング μ も制約を「満たす」と言い、リスト $w(\mu)$ が制約を「満たさない」とき、マッチング μ も制約を「満たさない」と言うことにしよう。

4 論文が考えた制約には、以下のものがある。一般性の高い順に紹介する。

1. 「一般上限制約」：もし二つのマッチング μ と μ' について $w(\mu) < w(\mu')$ が成り立つならば、 μ が制約を満たさず μ' が制約を満たすということはない⁴。
2. 「地域制約」：地域がいくつかあり、それぞれの地域には地域定員（非負の整数）がある。各病院は、複数の「地域」に属しうる。ここで、「地域」とは病院をいくつか集めた、 H の部分集合である。マッチング μ が地域制約を満たすのは、すべての地域 r について、以下が成り立つことを言う。地域 r に含まれる b 個の病院 $h_{k(1)}, \dots, h_{k(b)}$ について、 $|\mu(h_{k(1)})|, \dots, |\mu(h_{k(b)})|$ を足し合わせると、 r の地域定員以下になっている。便宜上、すべての病院を含む地域「 H 」と、それぞれの病院 h ごとに地域 $\{h\}$ が存在するとする。
3. 「階層地域制約」：地域制約のうち特に、以下の条件が満たされるものを階層地域制約という。どの二つの地域 r と r' についても、(i) r に含まれる病院は必ず r' にも含まれる、(ii) r' に含まれる病院は必ず r にも含まれる、(iii) r に含まれる病院は必ず r' に含まれない、のどれかが成り立つ。
4. 「分割地域制約」：階層地域制約のうち特に、 H ではなく病院を2つ以上含むようなどの二つの地域 r と r' についても必ず (iii) が成り立ち、かつ H の地域定員が研修医全体の人数よりも多い（つまり、 H には実質定員がない）もしくは H のみが地域であるものを、分割地域制約という。別の言い方をすると、どの病院もただか一つ

³ 集合 A について、 $|A|$ は、 A 内の要素の数を表す。

⁴ 同次元の2つのベクトル v と v' について、 $v < v'$ とは、全ての座標 k について $v_k \leq v'_k$ であり、かつある座標 m について $v_m < v'_m$ であることを意味する。

の地域でのみ地域定員の制約を受けうるような地域制約を、分割地域制約と呼ぶ。

これらの制約が日本の研修医マッチングの文脈で何にあたるかを、これから説明する。分かりやすくするために、一般性の低い方から説明する。

4. 分割地域制約：日本の47の各都道府県には、地域定員が設けられている。どの病院も、必ず一つの、そしてたかだか一つの都道府県に含まれる。制約がこれしか存在しない現状の日本の研修医マッチング問題は、分割地域制約を持つ、と言える。

3. 階層地域制約：各都道府県における地域定員に加え、各都道府県では医療の専門分野に基づいて定員が定められているとする。たとえば、神奈川県全体の医師の数を制限する地域定員があるが、それに加え、「神奈川県で外科医が研修できる病院プログラムにマッチできる医師数を制限する定員」や「神奈川県で内科医が研修できる病院プログラムにマッチできる医師数を制限する定員」がある場合だ。これは、分割地域制約ではない階層地域制約である。分割地域制約ではないのは、たとえば「神奈川県で外科医が研修できる病院プログラム」は、「神奈川県」という地域と「神奈川県で外科医が研修できる病院プログラムの集まり」という複数の地域に属しているからだ。ここで「神奈川県で外科医が研修できる病院プログラムの集まり」をモデルの上では便宜的に「地域」と見なしていることに注意されたい。現状ではこのような制約は存在しないが、専門分野により医師数が偏っていることも日本では問題になっているので、こうした制約を考えることも有益であろう。

2. 地域制約：階層地域制約ではない地域制約を考えることも有益である可能性がある。たとえば、各都道府県における地域定員に加え、医療の専門分野に基づいて日本全体で定員を定めるとする。たとえば、「日本全体で外科医を育成する病院にマッチできる医師数を制限する定員」や、「日本全体で内科医を育成する病院にマッチできる医師数を制限する定員」を考えるということだ。これは、階層地域制約ではない地域制約である。階層地域制約ではないのは、たとえば「神奈川県」という「地域」と「外科医が研修できる病院プログラムの集まり」という「地域」を比べると、両方に含まれる病院が存在する一方、片方の地域がもう片方の地域に含まれるという関係にないからだ。階層地域制約で出した例と比べてこのような制約をおくメリットは、たとえば外科医に着目すると、各都道府県において外科医になりたい医師の数に依存して、外科医の枠を都道府県間で融通しあえる可能性がある、ということだ。

1. 一般上限制約：ここまで紹介した制約では、各「地域」を固定すると、その地域については、そこにマッチする医師の人数のみが重要であった。一般上限制約では、そうでないケースも含む。たとえば制約が各専門の医師数の上限ではなく、地域全体の予算という形

で当てられているとしよう。たとえば神奈川県が研修医育成のために使える予算が $B < \infty$ であり、外科専門の研修医を受け入れる病院が 1 つと内科専門の研修医を受け入れる病院が 1 つあるとしよう。外科専門の研修医一人を育成するために県が助成する必要がある金額を $q_g > 0$ 、内科専門の研修医一人を育成するために県が助成する必要がある金額を $q_n > 0$ とする。さらに、 x_g は外科医の数、 x_n は内科医の数とすると、

$$q_g x_g + q_n x_n \leq B$$

を満たす (x_g, x_n) の組全体が、神奈川県にマッチできる研修医の数を表すこととなる。ここで、 q_g と q_n が異なるならば、十分大きな B について、この制約は地域制約で表すことはできないことに注意されたい。

例：たとえば、 $q_g=2, q_n=1, B=3$ とすると、制約を満たす (x_g, x_n) は $(0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (1,0), (1,1)$ のみである。ここで、背理法のために、これが地域制約であるとする。もし地域が 2 つの病院を含む地域がないとすると、 $(0,2)$ および $(1,0)$ が制約を満たしつつ $(1,2)$ が制約を満たさないのは矛盾。つまり、地域が 2 つの病院を含む地域は存在する。 $(0,3)$ が制約を満たすので、この地域の定員は 3 以上である。するとまた、 $(0,2)$ および $(1,0)$ が制約を満たしつつ $(1,2)$ が制約を満たさないのは矛盾。

2.3 地域の好み

次に、地域制約がある下で、「地域の好み」という概念を導入する。それぞれの地域 r において、マッチング μ および μ' が与えられると、「 μ を μ' より好む」「 μ と μ' は無差別」「 μ' を μ より好む」のどれか一つが決まるとする。

ここで、もし「 μ を μ' より好む」が成り立たず「 μ' を μ'' より好む」が成り立たないなら、「 μ を μ'' より好む」も成り立たないとする。

次に、2 つ以上の病院を含む各地域 r について、その「最大下位地域集合」の集合 $LP(r)$ を定義する。

$LP(r)$ は、 r を 2 つ以上に分割する地域の集合のうち最大（つまり最も粗い分割）のものの集合である⁵。最大のものは複数存在する可能性がありうることに注意されたい。ただし、与えられた地域制約が階層地域制約の場合は、 $LP(r)$ の要素はただ一つである。

例： h_1, h_2, h_3 という 3 つの病院があるとする。つまり、 $H = \{h_1, h_2, h_3\}$ である。地域は、 $H, \{h_1, h_2\}, \{h_2, h_3\}, \{h_1\}, \{h_2\}, \{h_3\}$ があるとする。この場合、

$$LP(H) = \{\{h_1, h_2\}, \{h_3\}\}, \{\{h_1\}, \{h_2, h_3\}\}$$

と表せる。このとき、 $LP(H)$ の要素である $\{\{h_1, h_2\}, \{h_3\}\}$ と $\{\{h_1\}, \{h_2, h_3\}\}$ のそれぞれは、最大下位地域集合である。この各地域に定員がある場合、制約は地域制約ではあるが

⁵ 「LP」は、「最大分割」の英語呼称「largest partition」の頭文字をとったものである。

階層地域制約ではないことに注意されたい。それは、地域 $\{h_1, h_2\}$ と地域 $\{h_2, h_3\}$ について、「階層地域制約」の定義で述べた3つの条件のどれもが満たされないからである。

地域 r の好みは、 $LP(r)$ の各要素ごとに定義される。地域 r の最大下位地域集合 S における好みは μ と μ' のどちらを好むかは、 $w(\mu)$ と $w(\mu')$ のみに依存する。さらに、 S 中の各病院に対応する $w(\mu)$ の座標を S 内の各地域ごとに足し合わせたものと、 S 中の各病院に対応する $w(\mu')$ の座標を S 内の各地域ごとに足し合わせたもののみに、好みは依存する。

例： h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 という5つの病院があるとする。つまり、 $H = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\}$ である。地域は、 $H, \{h_1, h_2\}, \{h_2, h_3\}, \{h_4, h_5\}, \{h_1\}, \{h_2\}, \{h_3\}, \{h_4\}, \{h_5\}$ があるとする。この場合、
 $LP(\{h_1, h_2, h_3\}) = \{\{\{h_1, h_2\}, \{h_3\}\}, \{\{h_1\}, \{h_2, h_3\}\}\}$
 と表せる。また、2つのマッチング μ および μ' において、
 $w(\mu) = (3, 2, 5, 7, 9)$ $w(\mu') = (4, 8, 1, 6, 10)$
 であるとする。このとき、地域 $\{h_1, h_2, h_3\}$ の最大下位集合 $S = \{\{h_1, h_2\}, \{h_3\}\}$ における好みは、
 $(3+2, 5)$ と $(4+8, 1)$ 、
 つまり、
 $(5, 5)$ と $(12, 1)$
 のみに依存する。

さらにこの「好み」は、「受入性」と「代替性」と呼ばれる数学的な性質を満たすとする。

「受入性」は、 $w(\mu) < w(\mu')$ ならば「 μ' を μ より好む」が成り立つという意味である。

「代替性」は以下のような意味である。あるマッチング μ は r の地域定員を満たさないとする。地域定員を満たすように r 内の病院から医師の数を減らす際に、もっとも r の好みに合うように減らすことを考える。このようにして得られたマッチングを μ^* と書く。次に、 $w(\mu) < w(\mu')$ を満たすマッチング μ' を考える。この μ' も、定義から地域 r の定員を満たさない。ここから地域定員を満たすように r 内の病院から医師の数をもっとも r の好みに合うように減らして得られたマッチングを μ^{**} と書く。このとき

$$w(\mu) - w(\mu^*) \leq w(\mu') - w(\mu^{**})$$

が成り立つならば、「代替性」が満たされる、という⁶。

2.4 強安定性、安定性、弱安定性、効率性

この節では、マッチングの安定性に関わる3つの概念を導入する。また、効率性の概念

⁶ 地域の好みには無差別を許しているので、「もっとも r の好みに合うように減らす」方法が複数ある場合がある。このためさらに条件を置く必要があるのだが、細かい議論は TE 論文を参照のこと。

も定義する。

はじめに、いくつかの用語を定義する。

定義：マッチング μ において、医師 d は病院 h とマッチしていないとする。

1. **マッチング $M[\mu, d, h]$** とは、 $M[\mu, d, h](d') = \mu(d')$ が全ての d でない医師 d' について成り立ち、かつ $M[\mu, d, h](d) = h$ が成り立つもののことをいう。つまり、マッチング μ の状態から、医師 d のみが病院 h に移動した後にできるマッチングが $M[\mu, d, h]$ である。
2. **仮マッチング $M'[\mu, d, h]$** とは、 $M'[\mu, d, h](d') = \mu(d')$ が全ての d でない医師 d' について成り立ち、かつ $M'[\mu, d, h](d) = \{\mu(d), h\}$ が成り立つもののことをいう。つまり、マッチング μ の状態から、医師 d をもとの病院 $\mu(d)$ にマッチさせたままさらに病院 h にもマッチさせてできるのが $M'[\mu, d, h]$ である。これは、医師 d が複数の病院 ($\mu(d)$ と h) にマッチしているので、マッチングではなく仮マッチングである。
3. マッチング μ においてペア (d, h) が**逸脱ペア**であるとは、 d が h を $\mu(d)$ よりも高くランク付けしており、かつ (i) μ において h には定員より少ない人数しかマッチしておらず、 d は h にとってマッチしないよりもいい、か、(ii) h は d を、 $\mu(h)$ に含まれるどれかの d' よりも高くランク付けしている、のいずれかが成り立つことを言う。

上記定義パート1のマッチング $M[\mu, d, h]$ の概念は後述する強安定性と安定性の定義に用いられ、パート2の仮マッチング $M'[\mu, d, h]$ の概念は後述する弱安定性の定義に用いられる。

まず、一般上限制約のもとで、強安定性を定義する。この定義は「地域の好み」の概念を使っていないことに注意されたい。

定義：マッチング μ が**強安定**であるとは、以下のどれかの条件を満たす逸脱ペア (d, h) が存在しないことを言う。

1. h は d を、 $\mu(h)$ に含まれるどれかの d' よりも高くランク付けしている。
2. $M[\mu, d, h]$ は制約を満たす。

この強安定の概念はスタンダードな安定性の概念の制約のある環境への自然な拡張になっていると思われる。

次に、地域制約のもとで、安定性を定義する。この定義は「地域の好み」の概念を使っている。

定義：マッチング μ が**安定**であるとは、以下のどれかの条件を満たす逸脱ペア (d, h) が存在しないことを言う。

1. h は d を、 $\mu(h)$ に含まれるどれかの d' よりも高くランク付けしている。
2. $M[\mu, d, h]$ は制約を満たし、かつ d および $\mu(h)$ を含み μ が地域定員と同じ人数をマッチする地域それぞれについて、 $M[\mu, d, h]$ が μ よりも好まれる。

最後に、再び一般上限制約のもとで、弱安定性を定義する。この定義は「地域の好み」の概念を使っていない。

定義：マッチング μ が弱安定であるとは、以下のどれかの条件を満たす逸脱ペア (d, h) が存在しないことを言う。

1. h は d を、 $\mu(h)$ に含まれるどれかの d' よりも高くランク付けしている。
2. $M'[\mu, d, h]$ は制約⁷を満たす。

最後に、制約がある中での効率性を定義しておこう。この定義も「地域の好み」の概念を使っていないことに注意しよう。

定義：あるマッチング μ が制約下効率的であるとは、 μ が制約を満たし、かつ他に制約を満たすどんなマッチングについても、医師か病院のうち少なくとも一つについて、そのマッチ先の順位が下がるものがある。

3. 主要な結果

3.1 安定性に関する結果

以下のことが成り立つ。

- 定理 1 :
1. マッチングが強安定ならば安定であり、安定ならば弱安定である。(JET 論文)
 2. 強安定なマッチングが存在しないことがある。(JET 論文)
 3. 階層地域制約のもとでは、安定なマッチングは必ず存在する。(TE 論文)
 4. 弱安定なマッチングは制約下効率的である。(JET 論文)

定理 1 のパート 1 は、強安定、安定、弱安定の定義を吟味すると自ずと分かる。

定理 1 のパート 2 は、反例によって証明できる (JET 論文)。そしてさらに強い結果を導くことができる。その結果を述べるために、用語を 2 つ定義する。

⁷ ここで、「制約」を、マッチングに定義されたものから仮マッチングに定義されたものに自然に拡張する。

定義：

1. 制約が**病院間独立**であるとは、それぞれの病院 h にある数 g_h が存在し、マッチング μ が制約を満たすことと $|\mu(h)| \leq g_h$ が全ての h について成り立つことが同値であることを言う。
2. 制約が**強安定マッチングの存在を保証する**、とは、どんな医師の集合と病院と医師のランク付けに対しても、強安定マッチングが存在する事をいう。

上記定義のパート 2 「強安定マッチングの存在を保証する」を理解するために、定理 1 のパート 2 の結果より、一般の制約のもとでは強安定マッチングの存在が保証されるとは限らないことを思い出そう。以下の定理が、定理 1 のパート 2 を強めたものである。

定理 2 (JET 論文)：ある制約を固定する。以下の 3 つの主張は同値である。

1. この制約は病院間独立である。
2. この制約は強安定マッチングの存在を保証する。
3. 強安定マッチングが存在するならば必ず強安定マッチングを返し、かつ耐戦略性を満たすメカニズムが存在する。

制約が病院間独立を満たす場合というのは、要は制約がスタンダードなものである（制約がない）場合である。よって、定理が意味するのは、制約がスタンダードなものから逸脱するならば、強安定マッチングは存在しない可能性が必ずあるし、強安定マッチングを耐戦略的に見つけるのは不可能である、ということだ。

これらの理由から、我々は強安定マッチングを目指すべきマッチングとして設定するのを諦めた。その代わり、より弱い安定性の条件を考案した。これが、「安定」および「弱安定」の概念である。

定理 1 のパート 3 は、安定なマッチングを必ず返すメカニズムを作ることによって証明できる。そしてさらにより強い以下の結果を導くことができる。

定理 3 (TE 論文)：ある制約を固定する。以下の 2 つの主張は同値である。

1. 耐戦略性を満たし、安定マッチングを必ず返すメカニズムが存在する。
2. この制約は、階層地域制約である。

定理 3 のパート 1 で述べられている性質を満たすアルゴリズムとして、TE 論文は「柔軟受入留保メカニズム」を定義した。このアルゴリズムの内容は、より基礎的なアルゴリズムである「受入保留アルゴリズム」を定義した後の方が分かりやすいので、後述することとする。ここで重要なのは、何かしらアルゴリズムが存在し、それが耐戦略性を満たしながら安定マッチングを必ず返すということである。

定理 1 のパート 4 の証明は容易である。残念ながら、一般上限制約下で弱安定なマッチングを必ず返すメカニズムのうち耐戦略性を満たすものがあるかどうかは、まだ分かっていない。

3.2 地域の好み：「ロールジアン」

以上述べてきた定理は、地域の好みが代替性を満たすもとのものである。ここで、分割地域制約に話を限定し、地域の好みの具体的な例として、「ロールジアン」と呼ばれる地域の好みを挙げる⁸。これは「ターゲット定員」という概念を使うものである。ロールジアンは、後ほど説明するように、現在日本で使われている方法とも親和性が高い。

まず、ターゲット定員を定義する。具体的には、 r 内のそれぞれの病院 h について、「ターゲット定員」を決める。これを t_h と書くことにしよう。ターゲット定員 t_h は以下の 2 つの条件を満たす。

1. ターゲット定員 t_h は病院 h の定員 q_h を上回らない。
2. 地域 r 内の全ての病院のターゲット定員を足し合わせたものは、 r の地域定員を上回らない。

さて、二つのマッチング、 μ および μ' を考える。ベクトル $w(\mu)$ において r 内の各病院 h に対応する座標のみを集めて、新たなベクトルを作る。これを $z_r(\mu)$ と書こう。次に、この地域 r の病院のターゲット定員のベクトルを作り、これを v_r と書くことにする。任意の自然数 n に関して、 $z_r(\mu)$ の n 番目の数字と v_r の n 番目の数字は同じ病院に対応することとする。

次に、新たなベクトル $u_r(\mu) = z_r(\mu) - v_r$ を作る。これは μ において各病院で、ターゲット定員に対してどれほど多くの医師がマッチしているかを表している。たとえば病院 h に対応する数値が 2 であれば μ において h ではターゲット定員より 2 人多くマッチしていることを表すし、病院 h に対応する数値が -2 であれば μ において h ではターゲット定員より 2 人少なくマッチしていることを表す。

次に、 $u_r(\mu)$ における各座標を並び替え、小さい順に並べ、それを $s_r(\mu)$ と書く。この時、同じ数字が m 個ある場合はその数字を m 回繰り返し並べることにする。たとえば、 $u_r(\mu) = (3, -2, 0, -1, 0)$ の場合、 $s_r(\mu) = (-2, -1, 0, 0, 3)$ となる。

同様に、 $s_r(\mu')$ も定義する。

定義：地域 r の好みは「ロールジアン」であるとは、以下が成り立つ場合であるとする。

どんな二つのマッチング μ および μ' についても、地域 r の好みは μ を μ' より好むのは、以下の場合であり、その場合に限る。

⁸「ロールジアン」という命名は、公平性の基準を提唱した哲学者ジョン・ロールズに由来する。JER 論文は、他にも様々なタイプの「地域の好み」を定義し、議論した。

$s_r(\mu) - s_r(\mu')$ を考え、これは K 次元のベクトルであるとする。ある自然数 k が存在して、 k は K 以下であり、 $s_r(\mu) - s_r(\mu')$ の k 番目より前の座標は全て 0 で、 k 番目の座標は正である。

つまり、 $s_r(\mu) = s_r(\mu')$ の場合は、地域 r のロールジアン地域の好みによると、 μ と μ' は無差別である。

このように定義された「ロールジアン地域の好み」には、以下のような解釈を与えられる。地域 r は、ターゲット定員よりもマッチ数が下回ることを嫌う。マッチ数の下回り具合は病院によって異なるわけだが、2つのマッチング μ と μ' を比べるためには、それぞれのマッチングで下回る量が最も多い病院でのその量を比べる。もしこれで μ の方が μ' より下回る量が少なければ、地域 r は μ を μ' より好むことになる。もし同じ場合は、それぞれのマッチングで次に下回る量が最も多い病院でのその量を比べる。もしこれで μ の方が μ' より下回る量が少なければ、地域 r は μ を μ' より好むことになる。このような比較を続けていく。もし全ての比較において下回る量が同じ場合は、地域 r にとって μ と μ' は無差別である。

定理 4 (JER 論文) : ロールジアン地域の好みは受入性と代替性を満たす。

すなわち、地域の好みがロールジアンである場合には、分割地域制約は階層地域制約なので、定理 3 より、耐戦略性を満たし安定マッチングを必ず返すメカニズムが存在するのである。

3.3 「受入保留アルゴリズム」および「JRMP アルゴリズム」との比較

第 1 節で述べたように、日本の現行アルゴリズムである「JRMP アルゴリズム」には、AER 論文によっていくつかの問題点があることが示された。また、2009 年に「JRMP アルゴリズム」が導入される前は、「受入保留アルゴリズム」が用いられた。ここでは「受入保留アルゴリズム」および「JRMP アルゴリズム」を定義し、それらを「柔軟受入保留アルゴリズム」と比較する。

受入保留アルゴリズム : このアルゴリズムは、ステップ 1 から始まる有限回のステップで構成される。一般に、ステップ k は以下のように記述される。

ステップ k : 各医師は、まだ拒否されていない病院の中で「マッチしないこと」よりもいい病院がなければ、どの病院にも応募しない。

まだ拒否されていない病院の中で「マッチしないこと」よりもいい病院があれば、その中で最も順位の高い病院に応募する。

この段階で、どの医師も新しい応募をしなければ、アルゴリズムを止め、現時点での仮マッチを正式マッチとし、マッチングを構成する。

新しい応募をした医師が一人でもいた場合、各病院は、前ステップで仮マッチした医師と新しく応募してきた医師で構成される集合の部分集合のうちもっとものぞましいものを選び、その中の医師と仮マッチし、その他の医師を拒否する。ステップ $k+1$ に進む。

受入保留アルゴリズムは、制約なしの問題で安定であり耐戦略性を満たすことが知られている (Gale and Shapley, 1962)。

次に JRMP アルゴリズムを定義する。ここで、定員 q_h についてリスポンシブネスを満たす病院 h のランク付けをもとにすると、 q_h よりも小さい値 q'_h についても、定員 q'_h についてリスポンシブネスを満たす病院 h のランク付けを自然に定義できることを断っておく。

JRMP アルゴリズム： このアルゴリズムは、まず各病院 h について、ターゲット定員 t_h を決定する。

各々の病院 h について定員の代わりに、決定されたターゲット定員 t_h を使って、そのもとで、受入保留アルゴリズムにより決定されるマッチが、JRMP アルゴリズムの結果である。

上記の JRMP アルゴリズムの記述では、ターゲット定員の決め方は条件 1 と 2 を満たす限り何でも良いことになっているが、現行方式では地域 r に含まれる病院 h のターゲット定員は、地域内の病院の定員の総和が地域定員を上回る場合、 h の定員 q_h を比例的に減らすことで設定されている（地域内の病院の定員の総和が地域定員を上回らない場合は、各病院のターゲット定員はその病院の定員と一致する）。すなわち、ターゲット定員 t_h は、以下の数に近い整数として設定される。

$$\frac{q_r}{\sum_{\substack{r \text{ の要素} \\ \text{である } h'}} q_{h'}} \times q_h$$

最後に、「柔軟受入留保アルゴリズム」について解説することとしよう。柔軟受入留保メカニズムが実際にどのように動くかの解説はかなり細かい解説を要するのでここでは省略するが、その概略を述べる。

柔軟受入保留アルゴリズムの直観: 直観的に言うと、柔軟受入留保メカニズムは受入留

保アルゴリズムのように、ステップ別に医師が応募を行い、各病院はそれを仮に受け入れるか、恒久的に却下するか決定する。その際に定員が加味されるわけだが、各ステップではまず各病院が受け入れられる人数を決定し、そのあと各病院がその人数分だけ最も好ましい医師を仮に受け入れる。

人数の決め方は、まず病院全体で何人の医師を受け入れるかを決定し、その最大下位地域集合の各地域にその人数を割り振る。人数を割り振られたそれぞれの地域は、自身の最大下位地域集合のそれぞれの地域にまた、割り振られた人数をどのように割り振るかを定める。これがさらに下位の地域まで続き、最終的には各病院への人数の割り振りが決定する。

各地域が割り振られた人数をどのように割り振るかは、その地域の好みに従って最も良い割り振り方を定める。

このアルゴリズムが定義されうるのは、与えられた地域制約が階層地域制約でなくてはならないということを確認しよう。というのは、各地域の最大下位地域集合が一つしかないことを保証するには、制約が階層地域制約でなくてはならないからである。

このアルゴリズムは、実は、Hatfield and Milgrom (2005) の「契約付きマッチング」の理論で開発された「蓄積オファープロセス」を言い換えたものになっているが、この点を理解するには契約付きマッチングの理論の理解が欠かせないので、詳細は省く。興味のある読者は、TE 論文を参照されたい。

さて、この柔軟受入保留アルゴリズムは、制約が日本の研修医マッチングのように分割地域制約であり、各地域の好みがロールジアンである場合には、どのように動くのだろうか。柔軟受入保留アルゴリズムでは、各ステップで、地域 r 内のそれぞれの病院に医師が応募をした時に、その応募の中から地域 r の定員を満たす中で最も地域 r の好みに従って良い医師の分布を選ぶ。この地域の好みがロールジアンである場合は、どのような選ばれ方をするのだろうか。これには簡単な解釈がある。

まず、応募のうち、「マッチしないこと」よりも希望順位の高い医師に着目し、各病院につきターゲット定員までを受け入れる。ターゲット定員に満たない応募数しかない病院では、「マッチしないこと」よりもよい医師のうち）全医師を受け入れる。次に、ターゲット定員を超える分に関しては、あらかじめ決めておいた何らかの順番に従い、病院が順番に 1 人ずつ医師を受け入れていく。その過程で地域 r 全体の受け入れ医師数が地域定員と一致したら、そこで受け入れをやめ、まだ受け入れられていない医師を全て棄却する。ターゲット定員より多い医師数が応募した全ての病院が 1 人ずつ受け入れてもまだ地域 r の地域定員が満ちていない場合は、まだ応募が余っている病院間で順番に医師を受け入れていく。その過程で地域 r 全体の受け入れ医師数が地域定員と一致したら、そこで受け入れをやめ、まだ受け入れられていない医師を全て拒否する。これを繰り返す。もし応募した全

での医師を受け入れたら、そこで受け入れをやめる。

このような手順を明確に記述したアルゴリズムは、AER 論文により提案された。一方、ロールジアン地域の好みは、JER 論文により定義され、受入性と代替性を満たすことが示された（定理 4）。ここで、これらの性質を満たす地域の好みを使って柔軟受入保留アルゴリズムを使えば安定なマッチングが出るという定理 3（TE 論文）を使うと、上記のアルゴリズムは安定なマッチングを出力することが分かる。

最後に、AER 論文では別の安定マッチングの定義がなされた。これを「AER 安定マッチング」と呼ぼう。上記アルゴリズムが AER 安定マッチングを生むことが AER 論文で主張されたが、これは上記のロジックおよび、ロールジアン地域の好みを使った場合の安定マッチングは AER 安定マッチングと同値になること（この結果は JER 論文による）から言える。

さて、各アルゴリズムのパフォーマンスの比較を行おう。以下のことが示された。

定理 5：分割地域制約の問題を考える。

1. JRMP アルゴリズムの結果は弱安定性を満たすとは限らない。（AER 論文、JET 論文）
2. JRMP アルゴリズムの結果は、制約下効率的であるとは限らない。（AER 論文）
3. JRMP アルゴリズムは耐戦略性を満たす。（AER 論文）
4. 各医師にとって、柔軟受入保留アルゴリズムの結果は、受入保留アルゴリズムの結果より良くはない。（AER 論文）
5. 各医師にとって、柔軟受入保留アルゴリズムの結果は、JRMP アルゴリズムの結果より悪くはない。（AER 論文）

定理 5 のパート 1 は、例によって示される。

例：市場にはたった一つの地域 r があり、 r の定員は 2 であるとする。地域 r には二つの病院 h および h' （のみ）があり、各々定員は 2 であるとする。医師は d と d' の 2 名（のみ）がおり、両名とも h を「マッチしないこと」よりも高くランク付けし、「マッチしないこと」を h' よりも高くランク付けするとする。病院 h は医師 d を医師 d' よりも高くランク付けし、医師 d' を「マッチしないこと」よりも高くランク付けするとする。

JRMP アルゴリズムのもとではターゲットが各病院 1 に設定され、結果として「医師 d は病院 h とマッチし、医師 d' はどの病院ともマッチしない」というマッチングが生成される。このマッチングは弱安定性を満たさない。なぜならば、医師 d' と病院 h で構成される逸脱ペアが、弱安定性の定義の中の 2 つめの条件を満たすからである（仮マッチング $M'[\mu, d', h]$ が制約を満たす）。

定理5のパート2は、定理1のパート4を使うと、定理4のパート1の系であることが分かる。

また、定理5のパート3は受入保留アルゴリズムが耐戦略性を満たすことから明らかである。

定理5のパート4と定理5のパート5は、JER論文によって示された一般的な補題によって示される。この補題の詳細は省くが、直観的には、その内容は、以下の通りである。

3つそれぞれのアルゴリズムの各ステップでは、医師からの応募があり、各地域は受け入れる医師と受け入れない医師を決定する。このとき、受け入れる医師の集合が受け入れ保留アルゴリズムで最も大きく、次が柔軟受入保留アルゴリズムで、最後がJRMPアルゴリズムである。このことが定理5のパート4とパート5に書かれた内容を意味する、ということを補題は示している。

最後に、柔軟受入保留アルゴリズムの耐戦略性についてコメントをしておく。柔軟受入保留アルゴリズムは定理3、その証明(その中で柔軟受入保留アルゴリズムが定義される)、および定理4により、耐戦略性を満たす。しかしこの意味は、どの医師も虚偽の希望順位表をメカニズムに提出する動機がないということを示すのみであり、各病院の戦略的な行動について含意を持たない。地域定員のないスタンダードな問題では受入保留アルゴリズム(およびJRMPアルゴリズム)のもとでは病院は虚偽のランク付けや定員をメカニズムに報告する動機がありうるということが知られている(Roth, 1982)。同様に、地域定員のある我々の問題でも、同様の動機がありうることが示せる。問題は、JRMPアルゴリズムから柔軟受入保留アルゴリズムへ変更した際に、そのような動機にどのような影響が与えられるかである⁹。

この点を、定員、ターゲット定員、ランク付け、の3つの要素に分けて考察する。まず定員に関しては、アルゴリズムの変更による虚偽報告の動機は改善も悪化もしないであろう。というのは、幸い日本の研修医マッチングの文脈では、定員が該当病院のベッド数や(研修医の指導をできる)医師数などにより外生的に与えられるため、各病院がマッチングにおいて影響を及ぼすことはできない仕組みになっているからである。この理由から、後述するシミュレーションにおいては、柔軟受入保留アルゴリズムのパフォーマンス評価に際しても、各病院の定員は公開されているデータをそのまま使用した。

次にターゲット定員に関しては、「各病院の定員を比例的に削減して都道府県別定員が満たされるようにする」という簡易なルールによる自動的な決定がなされることになっているので、これも各病院が影響を及ぼすことはできないと考えられる。ただし、このターゲット定員を決定する式はターゲット定員が整数になるということを反映していない。端数をどう扱うかに関する現行ルールは上述の式のように簡易なルールであるとは言い難いため、病院間で「ターゲット定員の奪い合い」のような状況が発生するリスクを考える必要があるだろう。この点に関してAER論文は、「柔軟受入保留アルゴリズムを使用してい

⁹ この点を指摘していただいた松井彰彦主査に感謝する。

る時に、ある病院のターゲット定員を増やしたとしてもその病院がより良い研修医たちとマッチできるようになるとは限らない」ということを示した。このため、ターゲット定員を「奪う」ことが一概に良いこととは言えない。これらの理由から、ターゲット定員に関しても、後述するシミュレーションにおける柔軟受入保留アルゴリズムのパフォーマンス評価に際して、公開されているデータをそのまま使用した。

最後にランク付けに関しては、柔軟受入保留アルゴリズムに変更がなされた際に病院の動機がどのように変化するかは4論文のどれでも明らかになっていない。この点は重要な問題であるので、将来のさらなる研究に期待する。

4. おわりに

本稿では主に、我々の4本の論文の内容を整理してきた。ここでは結びにかえて、政策提言を行う。

まず、定理5のパート4が明らかにするように、現行方式であるJRMPアルゴリズムに変えて柔軟受入保留アルゴリズムをマッチングアルゴリズム内で使うことは、医師にとって変化をもたらすとすれば、良い変化でしかありえない。また、柔軟受入保留アルゴリズムの定義上、この変化は各都道府県の定員を守ったまま行われる。さらに、JRMPアルゴリズムで生成されるマッチングはもっとも弱い安定性の概念である弱安定性すら満たさない(定理5のパート1)ため、現状の日本の研修医マッチング市場はその存続可能性の評価に関して慎重になる必要があるだろう(Roth, 1991)。

すなわち、都道府県別定員を政策目標とする限りにおいては、柔軟受入保留アルゴリズムの性質が明らかになった今、JRMPアルゴリズムから柔軟受入保留アルゴリズムへの変更が望まれる、と言えるだろう。

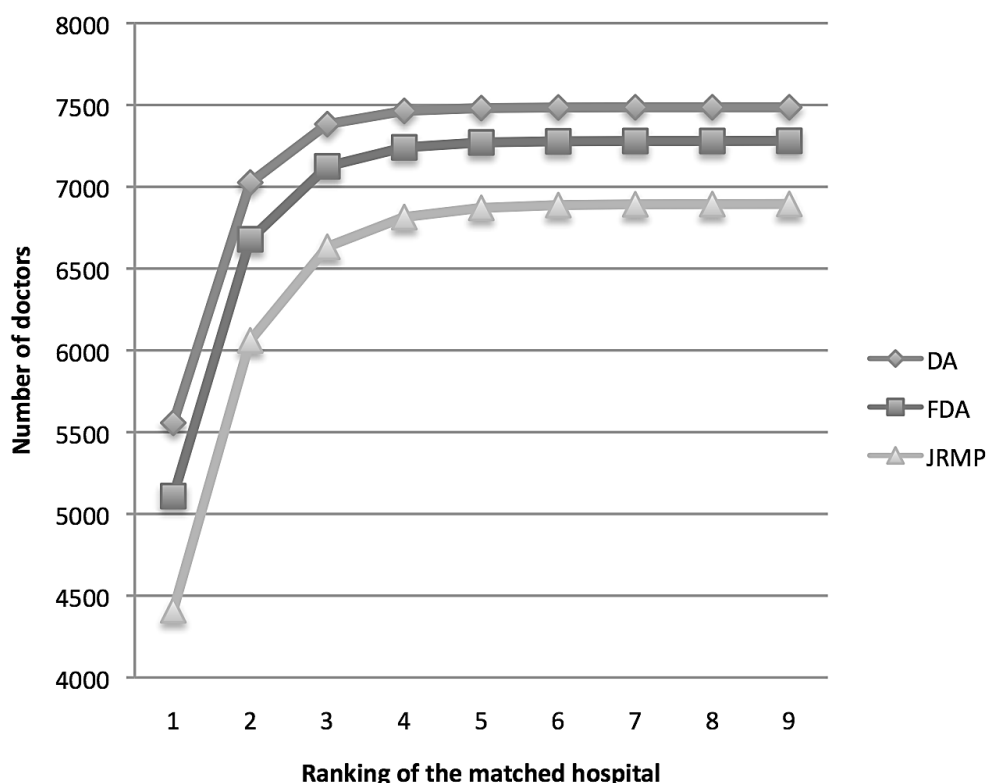
ただし、JRMPアルゴリズムから柔軟受入保留アルゴリズムへの変更をしない理由として、アルゴリズム改変に伴う研修医の厚生の変化が微小すぎて、その変化がアルゴリズム改変のコストに見合わない可能性がある、ということが挙げられよう。また、現実への応用に当たっては現在までの分析では注目されていなかった問題点が隠れている可能性もないとは言い切れない。これらの点をチェックするのは研修医の厚生を向上させかつ研修医マッチング市場を健全に機能させるために必要不可欠であると考えられる。

このチェックのために最も有効な手段は、過去のマッチングのデータ(各研修医および各病院の提出した希望順位表(匿名化されたもので構わない)および、各病院および都道府県の定員)を用いて実際にアルゴリズム改変の効果のサイズを測るとともに、予期しなかったアルゴリズム変更の帰結がないかを確認する、というものであると考えられる。このようなデータを用いた実証分析が望まれると言えよう。

マーケットデザインの実地への応用が世界的に進み、日本でも保育園と子供のマッチングの文脈でマーケットデザインの応用のためのデータ提供が行われている(Kamada and

Kojima (2020)、さらに本稿が掲載予定の雑誌「経済分析」に同時掲載予定の鎌田・小島 (2021) 参照) という趨勢を鑑みるに、日本の研修医マッチングの実データに基づき、アルゴリズム改変の効果が正確に計測され、改変の是非の議論がより身のあるものになることを、われわれは願ってやまない。

図表 2：各アルゴリズムにおいて k 番目かそれより希望順位の高い病院と
マッチできた研修医の総数 (k=1,2,...は、横軸)



(備考)「DA」は「受入保留アルゴリズム」を、FDA は「柔軟受入保留アルゴリズム」を、「JRMP」は「JRMP アルゴリズム」をそれぞれ表す。たとえば、横軸が 3 のところを見ると、DA は約 7400、FDA は約 7100、JRMP は約 6600、となっている。これは、それぞれのアルゴリズムにおいて第一希望、第二希望、第三希望、のどれかの病院にマッチできた研修医の総数が約 7400、約 7100、約 6600 であったことを表す。

我々は、データのない状況でアルゴリズム改変の効果を測定する次善の策として、ランダムに生成された希望順位表をもとにしたシミュレーションを行った（各病院及び都道府県の定員に関する公開情報はそのまま用いた）。これによると、我々の使用したデータの年度において、実に 996 人（研修医総数の 12.0%）もの研修医がより希望順位の高い病院にマッチできることが分かった。この点をさらに詳しく示したのが図表 2 である。これによるとたとえば、JRMP アルゴリズムから柔軟受入保留アルゴリズムにアルゴリズム改変を行うと、第一希望の病院にマッチできる研修医の総数は 500 人以上増えていることが見て

とれる¹⁰。

このシミュレーションの結果を見る限り、柔軟受入保留アルゴリズムへのアルゴリズム改変の効果は甚大である可能性が十分あり、実際のデータを用いた検証が望まれると、我々は考える。

以上の議論をもとに、以下の提言をもって本稿を終わる。

日本の研修医マッチングにおいて、我々は以下が行われることを提言する。

1. JRMP アルゴリズムから柔軟受入保留アルゴリズムへの改変の効果のサイズを測るために、匿名化された過去のマッチングのデータ（各研修医および各病院の提出した希望順位表）に基づいた実証分析がなされること。
2. そのような実証分析の結果に基づき、経済学者の正確な知見を加味しながら、アルゴリズム改変の是非が議論されること。
3. 実装された新アルゴリズムの効果の検証が毎年経済学の知見を用いて行われ、医師の地域偏在の問題解決および研修医の厚生改善の両方が推し進められていくこと。

参考文献

- 鎌田雄一郎・小島武仁（2021）「待機児童問題：マッチング理論によるアプローチ」『経済分析』掲載予定
- Gale, David, and Lloyd S. Shapley (1962): “College Admissions and the Stability of Marriage,” *American Mathematical Monthly*, pp.69, 9-15.
- Hatfield, John W., and Paul Milgrom (2005): “Matching with Contracts,” *American Economic Review*, 95, pp.913-935.
- Kamada, Yuichiro and Fuhito Kojima (2015): “Efficient Matching under Distributional Constraints: Theory and Applications,” *American Economic Review* 105(1): pp.67-99.
- Kamada, Yuichiro and Fuhito Kojima (2017): “Stability Concepts in Matching under Distributional Constraints,” *Journal of Economic Theory*, 168: pp.107-142.
- Kamada, Yuichiro and Fuhito Kojima (2018): “Stability and Strategy-Proofness for Matching with Constraints: A Necessary and Sufficient Condition,” *Theoretical Economics*, 13(2): pp.761-794.
- Kamada, Yuichiro and Fuhito Kojima (2019): “Accommodating Various Policy Goals in Matching with Constraints,” *Japanese Economic Review*, 71 (Special Issue):pp.101-133.
- Kamada, Yuichiro and Fuhito Kojima (2020): “Fair Matching with Constraints: Theory and Applications,” *Review of Economic Studies*, Forthcoming.

¹⁰ 受入保留アルゴリズムのパフォーマンスが柔軟受入保留アルゴリズムのパフォーマンスより良いのは、前者が都道府県別定員を守っていないが後者は守っているからであり、この点は定理5のパート4で示されている。

- Roth, Alvin E. (1982): “The Economics of Matching: Stability and Incentives,” *Mathematics of Operations Research*, 7, pp.617-628.
- Roth, Alvin E. (1985): “The College Admission Problem is not Equivalent to the Marriage Problem,” *Journal of Economic Theory*, 36, pp.277-288.
- Roth, Alvin E. (1991): “A Natural Experiment in the Organization of Entry Level Labor Markets: Regional Markets for New Physicians and Surgeons in the U.K.,” *American Economic Review*, 81, pp.415-440.

「制約付きマッチングの理論の総説と日本における研修医マッチングへの応用」 に対するコメント

松井 彰彦***

研修医マッチング

第1節で見た待機児童問題を解決するためのマッチング理論は研修医のマッチングにも応用できる。鎌田・小島(2021a)は、医師の都市部への偏在を解決するためのマッチング・アルゴリズムを提案する。

2003年より前には、各大学の「医局」と呼ばれる部署が、所属する各研修医の働き先を実質決めていた。しかしこの方法では、研修医の「どの病院で働きたいか」に関する希望が反映されにくく、また、受け入れ側の病院も、「多数の研修医を吟味して誰を採用するか決める」といった決定がしにくい。これらの問題を解決する「マッチングメカニズム」と呼ばれる手法が、2003年から導入された。しかし、問題が発生した。そのなかでも深刻なものが研修医の偏在問題である。この問題に対処するために導入されているのが、都道府県ごとに医師の受入数に上限を設けるアルゴリズムであり、著者が“Japan Residency Matchin Program”(JRMP)と呼ぶものである。

JRMP アルゴリズムは、マッチング・アルゴリズムの望ましい性質である(研修医と病院が抜け駆けして得をすることはないという)安定性を満たさない。そこで、著者は「柔軟受入保留アルゴリズム」という新しいアルゴリズムを考案した。このアルゴリズムは、安定性を満たし、かつ研修医の地域偏在を解消するというのが論文の主要な結論である。

鎌田・小島(2021a)が展開するマッチング理論は広汎な応用先を持つ社会実装の実現性の高いものである。当該論文で取り上げた研修医マッチング制度の他にも、入試や東京大学における進学選択などマッチング理論によって改善される問題は少なからずある。もっとも、同時にその(現段階での)限界にも触れる必要はあるかもしれない。例えば、現実には割当てが行われた後に再交渉があるかもしれない。仮に当該理論をオフィスの割当てに応用したとしよう。この場合、割当の後にしばしばオフィスの交換が生じる。このようにマッチングの後に再交渉が可能な場合には、望ましいとされる「嘘をつくインセンティブがない」という特徴がなくなる可能性もある(Matsui and Murakami, 2021)。

東京大学の進学選択にマッチング・アルゴリズムを適用したときには「理論通り」に、アルゴリズムから逸脱する学部が出てしまい、多くの学生が進学先がなかなか決まらないという事態も発生したⁱ。研修医マッチングにこれを当てはめると、病院側に虚偽の申告を

*** 松井 彰彦：東京大学大学院経済学研究科教授。(東京大学大学院経済学研究科 E-mailaddress: amatsui(at)e. u-tokyo. ac. jp URL: <http://www.e.u-tokyo.ac.jp/~amatsui>)

ⁱ ゲール＝シャプレー・アルゴリズムでは学生側が嘘をつくインセンティブを持たないという意味での耐戦略性は満たされるが、学部・学科側の耐戦略性は満たされず、学部・学科側にアルゴリズムが要求する方式に従わないというインセンティブが発生する。

するインセンティブが発生してしまうということになる。この問題に対しては、？が一定の解答を出している。すなわち、病院数、研修医数が多ければ、虚偽の申告をするインセンティブが減少していく、ということである。マッチングに参加している全国の病院数は1000を超えるため、元々の受入保留アルゴリズムでは嘘をつくインセンティブは少ないと推察される。しかし、今回提案のあった「柔軟受入保留アルゴリズム」は、地域に制限を課しているため、地域内の競争相手が少数となる可能性がある。このとき、病院側に嘘をつくインセンティブが発生してしまう。この問題を解決するには、現場での試行錯誤の必要性も出てくるであろう。このような理論の弱点も理解したうえで社会実装を進めていけば、マッチング理論の新しい地平が拓けてくる。2人のゲーム理論家に大きな期待がかかる。

参考文献

- Matsui, Akihiko and Megumi Murakami (2021) “Deferred Acceptance with Renegotiation,” mimeo.
- 青木昌彦 (2008) 『比較制度分析序説 経済システムの進化と多元性』, 講談社学術文庫.
- 飯田高 (2021) 「自助・共助・公助の境界と市場」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 井伊雅子・原千秋 (2021) 「不確実性の下での良き意思決定: 適切な医療とは?」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 鎌田雄一郎・小島武仁 (2021a) 「制約付きマッチング理論の総説と日本における研修医マッチングへの応用」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- (2021b) 「待機児童問題: マッチング理論によるアプローチ」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 熊谷晋一郎 (2021) 「当事者研究の導入が職場に与える影響に関する研究」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 白波瀬佐和子 (2021) 「超高齢社会の再分配と包摂的成長」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 野村裕・堀展子 (2021) 「診療・受療行為の習慣的な地域差と情報提供の在り方に関する分析」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 松井彰彦・川島聡 (2021) 「制度の隙間をなくす: 特別制度から一般制度への昇華」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 松井彰彦・村上愛 (2021) 「明治期日本の医学制度と「難病」: 帝国陸海軍の脚気対策」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.
- 森口千晶 (2021) 「高等教育における能力主義的選抜と教育機会の平等について」, 『超高齢社会における制度と市場の関係性の在り方に関する研究WG』, 内閣府.

厚生労働省(2020)「特例子会社」制度の概要, 最終閲覧日:2020 年 12 月 1 日、<https://www.mhlw.go.jp/bunya/koyou/shougaisha/dl/07.pdf>.