

論 文

新しい定量 DSGE モデルによる政策シミュレーションとその含意*

～人口減少下の我が国における超長期の経済の姿～

川本 琢磨、望月 亮治、高橋 和宏、野村 裕、平井 滋**

<要旨>

人口減少に直面する我が国が持続的に成長するには、潜在成長力を高めることが不可欠である。人口減少そのものや、無形資産の蓄積、人的投資などの政策対応が経済に及ぼす影響は短期的なものではないことから、それらの分析・評価のためには超長期の分析ツールが必要となる。そこで本稿では、寺本（2025）に基づいて開発された 新しい定量 DSGE モデルを用いて、超長期の経済の姿をシミュレーションした。具体的には、人口減少を扱うとともに、潜在成長力の源泉として①無形資産の蓄積、②人的投資の 2 つに着目し、複数の政策シナリオの下、政策の定量的な効果を算出した。

その結果、将来の人口減少は、例えば、出生率が 1.3 のまま停滞する場合、超長期の経済成長率が約 2.1%pt 押し下げられるなど、経済成長に大きなマイナスのインパクトを与える姿が示された。一方で、無形資産の蓄積や人的投資といった各種政策対応は、超長期の経済成長率を相当程度に押し上げる効果を有することも示唆された。一例として、イノベーション促進の政策対応が継続的行われた場合、超長期で約 1.5%pt 経済成長率を押し上げる可能性が示された。

JEL Classification Codes : E23, E27, J110

Keywords : DSGE モデル、シミュレーション分析、政策分析

* 本稿は筆者らが属する内閣府経済社会総合研究所（ESRI）の将来展望の手法に関する研究ユニットによる成果の一環である。第 86 回 ESRI 政策フォーラム「新しい DSGE モデルによる将来展望」（令和 6 年 10 月 31 日）において、座長を務めていただいた新谷元嗣教授、パネリストを務めていただいた飯星博邦教授、滝澤美帆教授、寺本和弘講師、本研究にお力添えいただいた築村直樹氏に感謝申し上げる。なお、本稿に示された見方・考えは筆者個人に属するものであり、内閣府経済社会総合研究所の見解を示すものではない。

** 川本琢磨：内閣府経済社会総合研究所特別研究員、内閣官房内閣感染症危機管理統括庁参事官補佐、望月亮治：内閣府経済社会総合研究所特別研究員、内閣府政策統括官（経済財政分析担当）付参事官（海外担当）付政策企画専門職、高橋和宏：内閣府経済社会総合研究所特別研究員、外務省経済局国際経済課外務事務官、野村裕：内閣府経済社会総合研究所長、平井滋：前消費者庁参事官（人事・会計等担当）。

**Policy Simulation and Its Implications Using a Newly Developed Quantitative
DSGE Model:
The Very-Long-Term Forecast for Japanese Economy Under Population Decline**

By Takuma KAWAMOTO, Ryoji MOCHIZUKI, Kazuhiro TAKAHASHI,
Hiroshi NOMURA and Shigeru HIRAI

Abstract

For Japan to grow sustainably in the face of a declining population, it is essential to enhance its potential growth capacity. Since the impact of population decline, intangible asset accumulation, and human capital investment on the economy are not short-term events, very-long-term analytical tools are required for their assessment. This study employs the Quantitative DSGE model developed based on Teramoto (2025) to simulate the very-long-term economic outlook. Specifically, we incorporate demographic decline and focus on two key drivers of potential growth: (i) the accumulation of intangible assets and (ii) human capital investment. Under multiple policy scenarios, we quantitatively evaluate the effects of these policies.

Our findings indicate that future population decline will exert a significant negative impact on economic growth. For instance, if the fertility rate stagnates at 1.3, the very-long-term economic growth rate is projected to decline by approximately 2.1 percentage points. Conversely, policy measures such as intangible asset accumulation and human capital investment can substantially enhance long-term economic growth. As an example, continuous policy support for innovation is shown to potentially boost the very-long-term economic growth rate by approximately 1.5 percentage points.

JEL Classification Codes: E23, E27, J110

Keywords: DSGE model, simulation analysis, policy analysis

1. はじめに

人口減少に直面する我が国の持続的な経済成長を実現するためには、潜在成長力を高めていく必要がある。例えば、内閣府（2023）によれば、日本の無形資産投資は米国に比べて低く、生産性の向上には、研究・開発（R&D）を含む革新的資産や人的資本を含む経済的競争能力への投資が重要であるとされている。そこで、本稿では、日本の潜在成長力を高めるために、特に注目に値する政策について、新しい定量 DSGE モデルを用いて、超長期的な効果を定量的に示した。具体的には、人口減少による超長期の経済の姿をシミュレーションするとともに、潜在成長力の源泉として①無形資産の蓄積、②人的投資の2つに着目し、一定の政策シナリオの下、定量 DSGE モデルによる超長期のシミュレーションによる結果に基づき、政策の定量的な効果を算出した。なお、推計期間としては、日本における人口の将来予測が 90 年先まで存することを踏まえて、2020 年から 2110 年までの 90 年間の想定し、超長期の経済の姿を扱った。

試算結果を先取りして述べると、将来の人口減少は、超長期の経済成長に大きなマイナスのインパクトを与えること、例えば、出生率が 1.3 のまま停滞する場合、超長期の経済成長率が約 2.1%pt 押し下げられる姿が示された。また、政策対応によるシミュレーションの結果からは、人的投資や R&D 促進といった各種政策対応は、超長期の経済成長率を押し上げるうえで一定の効果を有すること、一例として、イノベーション促進の政策対応が持続的に行われた場合、超長期で約 1.5%pt 経済成長率を押し上げる可能性が示された。こうした無形資産の蓄積や人的投資に係る政策対応が継続的に行われたとした場合には、人口減少のマイナスの効果を相当程度に相殺することが可能となることが示唆された。

本稿の構成は次の通りである。まず次章（第 2 章）において、本稿のシミュレーションで利用する新しい定量 DSGE モデルの開発の背景とその概要について述べる。次に、第 3 章では、本稿の定量 DSGE モデルを用いた人口減少に係るシミュレーションの概要とその結果を報告する。続く第 4 章・第 5 章では、我が国における無形資産及び人的投資の現状をデータや先行研究に基づき概観するとともに、それらに基づいた個別の政策や超長期の経済目標を取り上げてシミュレーションを実施し、その結果を示す。さらに、第 6 章ではこれらのシミュレーション結果を用いて、人口減少下における政策効果について簡易的な試算を実施する。最後に第 7 章は結論である。

2. 背景

人口減少が進む我が国において、長期的に経済を成長させるには、いかにして潜在的な成長力を向上させていくかという視点が不可欠である。そのためには、無形資産の蓄積や人的投資が重要となるが、その効果は短期的に生ずる性格のものではない。したがって、こうした政策の効果を定量的に分析・評価するためには、超長期の経済の姿を描写できる

分析ツールが必要になってくる。こうした背景も踏まえ、まず本章では、本稿で扱う定量 DSGE モデルの開発経緯に加えて、当該モデルの構造や本稿で実施するシミュレーション分析の概要について、簡単に述べる¹。

2.1 モデル開発の背景

本節では、本稿で用いた定量 DSGE モデルの位置づけを含めてその背景を紹介する。DSGE モデルは、家計や企業等の経済主体の合理性を織り込んだモデルであり、経済学の領域を中心に発展してきた。高橋・八木橋（2019）によれば、経済モデルは理論的整合性と実際のデータとの整合性という2軸でもって捉えることができるとされ、Pagan and Fukac（2011）では、両者のバランスをとった準構造モデルが4つの世代を経て、改善が進んでいると説明されている。彼らによれば、第1世代モデル（1G model）はこうしたモデルの端緒であり、第2世代モデルは、モデルの方程式体系に誤差修正メカニズムを導入したものである。続く第3世代モデルは、高橋・八木橋（2019）によれば、中央銀行を中心に開発が進み、短期の分析に強みを持つものであり、第4世代モデル（4G model）は、経済主体の異質性や市場の摩擦を織り込みつつ、将来予測にも用いられるものと位置づけられている。

より具体的には、DSGE モデルにより長期の経済予測を扱った先行研究として、外木（2015）では、公的 R&D の効果について政策シミュレーションを行うことにより 2070 年までの経済の姿を示し、公的 R&D 投資の増加が最終財の生産や家計の消費を増加させることを明らかにしている。さらに、本稿で扱う分野とは異なるものの、Matsumura et al.（2024）は、温室効果ガス排出を抑制する手段としての炭素税に着目し、多部門の DSGE モデルを構築することにより、課税ベースの構成など様々なシナリオの下、2020 年から 2050 年までのシミュレーションを実施し、将来の経済の姿を予測している。また、内生的経済成長理論を始め、DSGE モデル内の生産側の要素を拡充した例として、Hasumi et al.（2018）では、内生的な成長を DSGE モデルに織り込むとともに、日本経済にあわせたパラメータを推定し、過去数十年の経済の低迷が景気循環によるもののみならず、経済成長の低下によるものであることを明らかにしている。

こうした背景や先行研究を踏まえ、本稿では、高橋・八木橋（2019）で言及されている第4世代モデルのその先として、内生的経済成長理論を基礎に、新たに開発された超長期の経済の姿を予測する定量 DSGE モデルを用いて、シミュレーション分析を行う。本稿のシミュレーションに利用する定量 DSGE モデルについては、寺本（2025）に基づいて開発され、次節に示すとおり、特に R&D や人的資本などの潜在成長力に影響を与える要素を織り込んだものとなっている。また、本稿では、人口減少下にある我が国の現状を踏まえ、潜在成長力に大きな影響を与える人口について、新しい定量 DSGE モデル内でシミュレーションが可能となるよう、分析手法の開発も同時に行った。これにより、R&D を含む無形

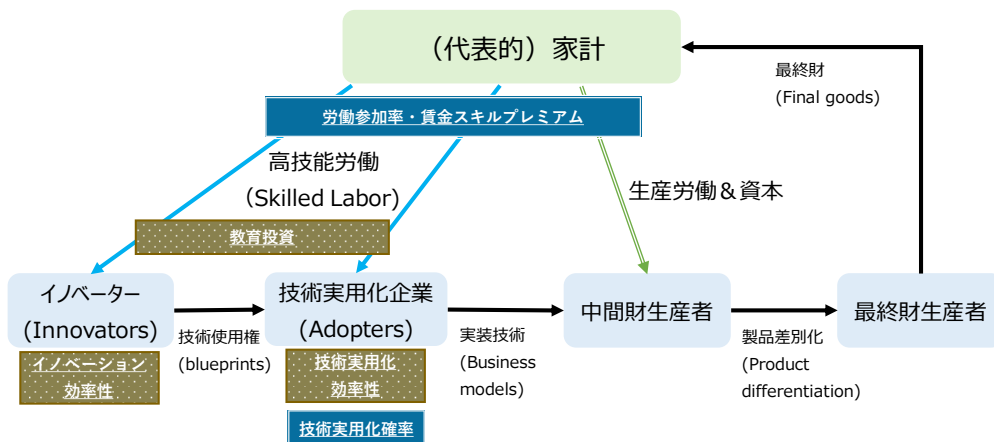
¹ 本稿で用いた定量 DSGE モデルの詳細については、寺本（2025）を参照いただきたい。

資産の蓄積や人的投資を促進する政策が超長期の経済に及ぼす定量的な効果のみならず、人口減少が将来の日本経済にどのような影響を与えるかについても分析することが可能となっている。

2.2 モデル概説

本稿で用いる新しい定量 DSGE モデルは、Comin and Gertler (2006) による R&D を基礎とする内生的技術成長を RBC モデルに組み込んだものに加えて、Anzoategui et al. (2019) において開発された技術の開発及び実用化を原動力とする内生的成長を取り入れた DSGE モデルに立脚している。具体的なモデルの構成としては、経済主体として、家計、イノベーター、実用化企業、中間財生産者、最終財生産者がモデル内に存在する。Anzoategui et al. (2019) と同様に、イノベーターは新しい技術を生み出し、実用化企業がそれを実装して、中間財生産者や最終財生産者がそれらの新しい技術に基づく製品を生産し、家計がそれを消費する構造となっている。また、本稿の新しい定量 DSGE モデルでは労働参加率を内生化するとともに、労働は高技能労働と生産労働の 2 種類が存在し、家計は、イノベーターや実用化企業に高技能労働を供給し、中間財生産者に生産労働と資本を供給する。なお、家計が高技能労働を提供するには、教育投資が必要になる。図 1 に本モデルの構造を示すが、実際の方程式体系を含むモデルの詳細については、本稿の付録や寺本 (2025) を参照いただきたい。

図 1 本モデルの構造



本稿では、当該モデルを用いたシミュレーションとその結果に焦点を当てる。推計期間としては、2020 年から 2110 年までの 90 年間の期間において、第 3 章から第 5 章で詳述する 3 種類のシミュレーションを行い、それらについて、何らショックがない場合の結果（ベースライン解：定常状態の経済成長率は 1.0% を仮定し、人口は一定（人口減少なし）とす

る)に比して、どの程度乖離しているか等について報告する。

はじめに、人口予測を援用して、モデル内で当該予測が実現するショックを与えることで、人口減少による超長期の経済への効果を描写する。次に、潜在成長力に影響を及ぼす要素のうち、①無形資産の蓄積、②人的投資に注目して、政策シミュレーション（公的な教育支出の増加、イノベーション効率性・技術実用化効率性の向上）を行う。さらに、技術実用化確率、労働参加率及び賃金プレミアムについて経済の長期目標を設定し、それに至るまでの経済の経路をシミュレーションする。

3. 人口減少シミュレーション

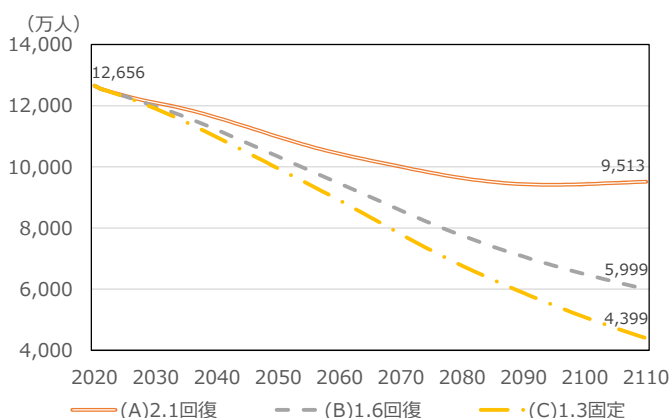
3.1 シミュレーション概要

本章では、前章で詳述した定量 DSGE モデルを用いて、2020 年以降に、それぞれ次節で示す 3 つのシナリオに沿って、人口が減少する外生的なショックを加え、超長期の経済（GDP）成長率及び GDP の水準をシミュレーションにより算出する。本稿で用いるモデルのベースラインのケースでは、人口が一定とされているが、人口減少シミュレーションにおいては、推計期間の始点である 2020 年以降、各シナリオに沿った人口動向になるようなショックを外生的に与えることにより、その効果の導出を行う。人口減少が本モデルに与える影響を簡単に示すと、人口減少ショックにより、高技能労働及び生産労働の供給が減少し、特に、イノベーターが生み出す新たな技術の総量や、実用化企業が生産する実用化された技術の水準が低下することによって、経済成長率や GDP の水準が超長期においても低下することが予想される。

3.2 シナリオについて

人口減少に係るシナリオについては、①出生率 2.1 回復、②出生率 1.6 回復、③出生率 1.3 固定の 3 つを扱う。それぞれ、厚生労働省「人口動態統計」、総務省「人口推計」、国立社会保障・人口問題研究所「日本の将来推計人口（平成 29 年推計）」を援用し、人口の 2110 年までの予測を作成し、それをシナリオとする（図 2）。各シナリオについて、人口の動き概観すると、①出生率 2.1 回復のケースでは、2020 年以降しばらく減少傾向が続いたのち、2090 年頃に底をうち、その後若干回復し、2110 年時点では 9,000 万人を超える水準となる。また、②出生率 1.6 回復の場合は、2110 年にいたるまで人口減少は止まらず、2110 年時点で 6,000 万人程度まで減少する。一方で、③出生率 1.3 固定の予測では、他のシナリオに比べて急速に人口減少が進み、2100 年頃には 5,000 万人を下回ることとなる。

図 2 人口の推移（シナリオ）



（備考）内閣府「選択する未来」委員会報告（2014 年 11 月）より作成。

3.3 シミュレーション結果

本稿で扱う定量 DSGE モデルにおいて、前節の 3 つのシナリオに沿ってシミュレーションを行うと、どのシナリオにおいても、人口は減少するため、超長期の経済成長率は低下する結果となった。くわえて、出生率の低下は、労働力の総量の減少を招くだけでなく、高技能労働の供給減少により、イノベーションや技術実用化の停滞をもたらすことによっても、経済成長率を下押しした。なお、1 人当たりの水準に転換してみると、出生率 1.3 固定のシナリオの場合は、成長率がマイナスになった。

より詳細な結果（図 3）について、2110 年時点の経済（GDP）成長率で見ると、出生率が 2.1 に回復したシナリオの場合には、0.48% とプラス成長を維持するものの、出生率が 1.6 に回復した場合は、▲0.47%、出生率が 1.3 で停滞した場合には▲1.06% とマイナス成長に陥る姿が示された。また、2110 年時点の GDP の水準（「2020 年名目 GDP＝約 540 兆円」²を基準に算出）で見ると、出生率が 2.1 に回復した場合には 796 兆円に拡大するのに対し、出生率が 1.6 に回復した場合は 384 兆円、出生率が 1.3 で停滞した場合には 272 兆円にそれぞれ減少する結果となった。

さらに、同結果を 1 人当たりの水準（図 4）に直してみると、2110 年時点の 1 人当たり GDP の成長率では、出生率が 2.1 に回復した場合には 0.64%、出生率が 1.6 に回復した場合には 0.12% とプラス成長を維持するものの、出生率が 1.3 で停滞した場合には▲0.16% とマイナス成長となった。また、2110 年時点の 1 人当たり GDP の水準（「2020 年度名目 1 人当たり GDP＝約 427 万円」³を基準に算出）で見ると、出生率が 2.1 に回復した場合には 839 万円、出生率が 1.6 に回復した場合には 636 万円、出生率が 1.3 に固定した場合には 571 万円となり、いずれも 2020 年度の水準は上回るものの、出生率の回復度合いによって大き

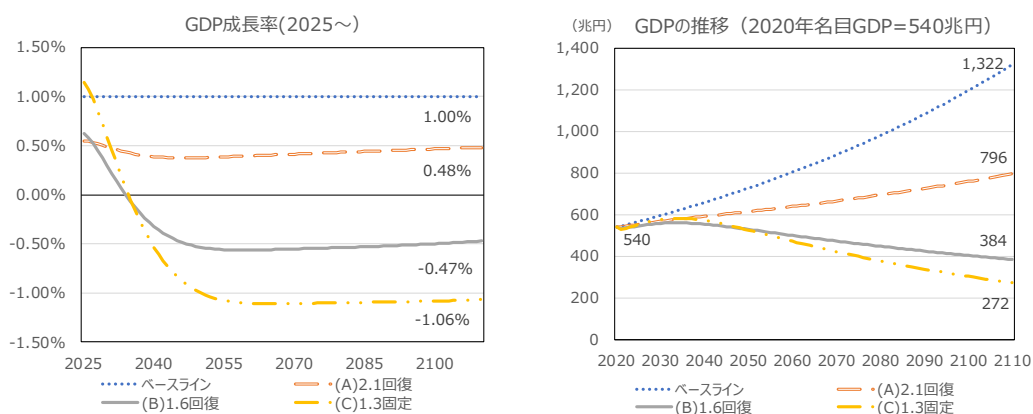
² 内閣府「国民経済計算」より（以下同じ）。

³ 内閣府「国民経済計算」より（以下同じ）。

な差がある姿が示された。

本シミュレーション結果によれば、出生率低下による人口減少は、超長期の経済成長に大きなマイナスのインパクトを与える⁴。特に、出生率が 1.3 で停滞するシナリオにおいては、GDP の水準が大きく減少するとともに、成長率も▲1.0%を下回る結果となった。言い換えれば、超長期において成長力を確保するためには、人口減少によるマイナスの影響に対して、それを相殺するための対応が強く求められる。

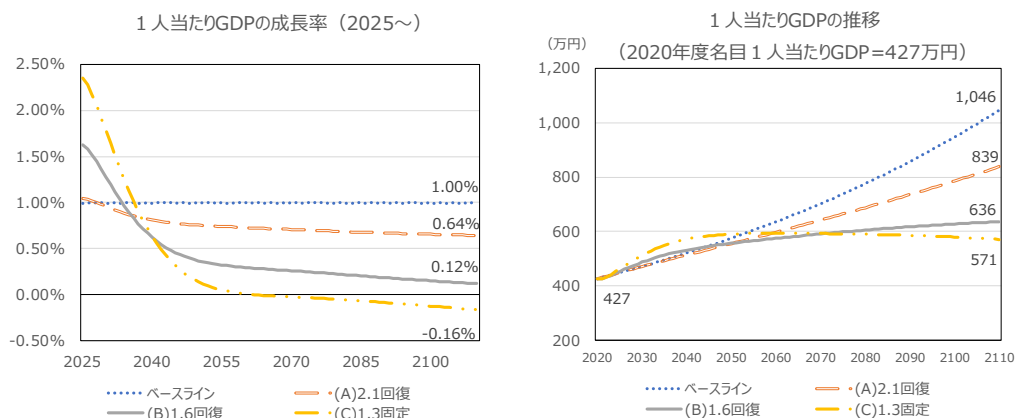
図3 経済（GDP）成長率と GDP の推移



(注) ショック直後は成長率の振れが大きいいため成長率は 2025 年以降を表示 (以下同じ)。

(備考) 筆者によるシミュレーション結果

図4 1人当たり GDP の成長率と 1人当たり GDP の推移



(備考) 筆者によるシミュレーション結果

⁴ 本稿で扱ったモデルにおいて、新たに生み出される技術の総量は、人口減少の効果を大きく受ける。この点、イノベーターが高技能労働 1 単位を投入した際にどれだけの新しい技術が生み出されるかを示す労働力に対する R&D 弾性値 (付録 (P62) の ρ_z) について、Hasumi et al. (2018) の推定 (90%信頼区間) を用いて、3 つのパラメータ (10percentile 値、平均値、90percentile 値) を設定し、出生率 1.3 固定の場合のシミュレーションを実施したところ、経済成長率で見ると、どの値を採用しても引き続き超長期では経済はマイナス成長となる結果は変わらなかった。

4. 政策シミュレーション

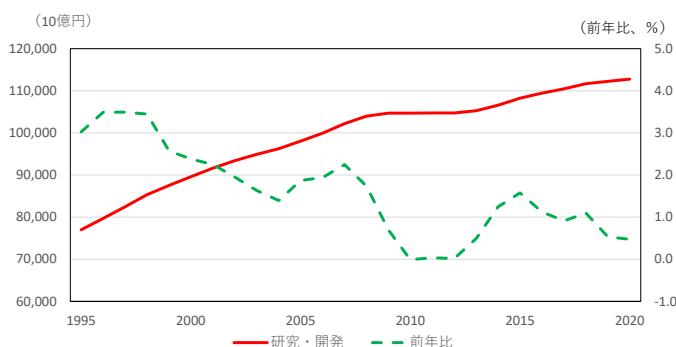
4.1 現状

前章の人口減少シミュレーションでは、人口減少が超長期の日本経済に大きなマイナスの影響を及ぼす姿が示された。本章では、潜在成長率を高めることにより、そうした状況を緩和することを念頭に、①無形資産の蓄積、②人的投資に注目して、政策シミュレーションを実施する。はじめに、本節では、これらに関する先行研究やデータに立脚し、我が国の現状を概観する。

4.1.1 無形資産の蓄積

本項では、無形資産のうち研究・開発（R&D）について、我が国の現状とそれを強化していく重要性を記す。生産性向上により成長力を高めるためには、R&D を含めた無形資産投資の活性化が大きな役割を果たすと考えられる一方、我が国の R&D は、時系列でも、国際的にみても、停滞している。はじめに、R&D の蓄積に係る現状について、経済産業研究所（RIETI）の日本産業生産性データベース（Japan Industrial Productivity Database、以下「JIP」という。）の「研究・開発資本」からみてみると、1990 年代からゆるやかに上昇してきたところ、近年その蓄積は鈍化し、概ね横ばいで推移している（図 5）。また、国際比較という観点では、Gross domestic spending on R&D（OECD）によれば、GDP に占める R&D 投資を含む無形資産投資額は、韓国（4.9%）、米国（3.5%）となっている一方で、日本は 3.3%と諸外国に比して低調となっている。

図 5 日本の R&D ストックの推移



（備考）JIP データベース 2023 により作成。資産別実質純資本ストックの資本財分類のうち「研究・開発」を使用。基準年は 2015 年。

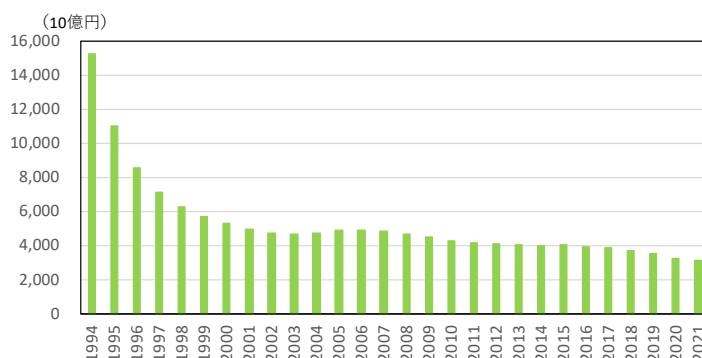
また、多くの先行研究が潜在成長力を高める上での R&D の重要性を指摘している。例えば、内閣府（2023）では、政府投資を含む科学技術投資やスタートアップ促進により、

R&D を含む革新的資産ストックが 1 % (1.8 兆円) 増加した場合、TFP を 0.11 % 程度押し上げる可能性を示唆している。さらに、宮川他 (2015) の無形資産投資における分析では、サービス産業をはじめとした企業における生産性向上のためには、研究開発投資への支援の必要性和人的投資の重要性が述べられている。

4.1.2 人的投資

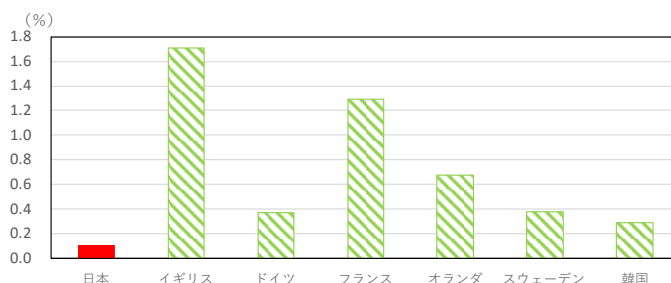
次に、2 つ目の視点として、人的投資について、その現状等を記す。我が国の人的資本ストックについては、減少傾向にある。例えば、人的資本ストックの指標として、職場外研修 (OFF-JT) 費用とそれによる機会費用の合計として算出される JIP の「企業特殊的人的資本」から見てみると、人的資本ストックは 1990 年代後半に急速に減少し、2000 年代半ばにやや持ち直したのちに、その後長期的に再度減少傾向にある (図 6)。また、図 7 に示すとおり、労働費用に占める教育訓練費 (製造業) を国際比較すると、日本は 0.1 % に過ぎず、1 % を超えるイギリス・フランスや、0.3 % を超えるドイツ・オランダ・スウェーデン、0.29 % の韓国と比べてかなり低いことが分かる。

図 6 日本の企業特殊的人的資本ストック



(備考) JIP データベース 2023 により作成。固定資本ストックうち「企業特殊的人的資本」の合計を使用。

図 7 労働費用計に占める教育訓練費の割合



(備考) 労働政策研究・研修機構「データブック国際労働比較 2024」により作成。調査年については、イギリスのみ 2016 年、それ以外は 2020 年。

また、人的投資に関して先行研究をみると、その重要性を指摘するとともに、経済成長への寄与が近年低下していることを示唆している。例えば、教育による人的資本の蓄積に焦点をあてた宮澤 (2016) は、1950 年代からの人的資本の経済成長への寄与を計算し、日本における経済への人的資本の寄与は、長期的に低下傾向にあると指摘している。さらに、宮川・滝澤 (2022) では国際比較に焦点を当てており、2010 年代の人的投資の GDP 比をみると、米国の 0.99%、英国の 1.58%、フランスの 1.15%、ドイツの 1.34%等に対して、日本は 0.34%であると報告されている。

4.2 シミュレーションの概要

本章では、人口は一定としつつ、潜在成長力を高めるための各種政策対応について、シミュレーションを行い、超長期の経済の姿を示す。具体的には、シミュレーション期間の始点である 2020 年に、次節に示すような政策対応がとられ、モデル上は、それと同等の外生的なショックが与えられたとして、シミュレーションを行う。各種政策対応に係るショックの大きさを仮定したうえで、通常の DSGE モデルで用いられるインパルス応答関数によりシミュレーションを実施する。言い換えれば、政策変更時点から当該政策がその後超長期にわたって継続されることを前提に、外生的なショックは永続的に続くものとしモデルを解く。その上で、当該シミュレーションで得られた解とショックがない場合のモデルの解を時系列で比較することで、政策効果を定量的に把握する。

4.3 シナリオについて（パラメータとショックの大きさ）

本節では、前節までに明らかになった現状認識を踏まえ、以下に示す 3 つのシナリオに沿ったパラメータのショックによる政策対応に対する反応をモデル内で表現する。はじめに、教育支出については、公的な教育投資促進等の政策を行ったことにより、モデル内の家計の教育支出⁵が半減するものとする。次に、イノベーション促進のための政策対応により、イノベーターが新たな技術を生み出す効率性（イノベーション効率性⁶）が 5 割増しになることとする。最後に、技術実用化促進施策によって、技術実用化企業の技術実用化を実現する効率性（技術実用化効率性⁷）が 3 割増しになるものとする。各シナリオの考え方は、以下に記す検討を踏まえたものである。

・教育支出減少（政策：教育投資促進）

家計は労働力（高技能労働・生産労働）の供給元であるが、本シナリオでショックを与える教育支出のパラメータについて、この数値が低いほど、教育投資を受けるための費用が小さくなる。この時、家計は高等教育を通じた高技能労働を供給する確率が高くなる。

⁵ モデル上[a_e]で示される変数の誤差項にショックを与える（付録（P61）参照）。

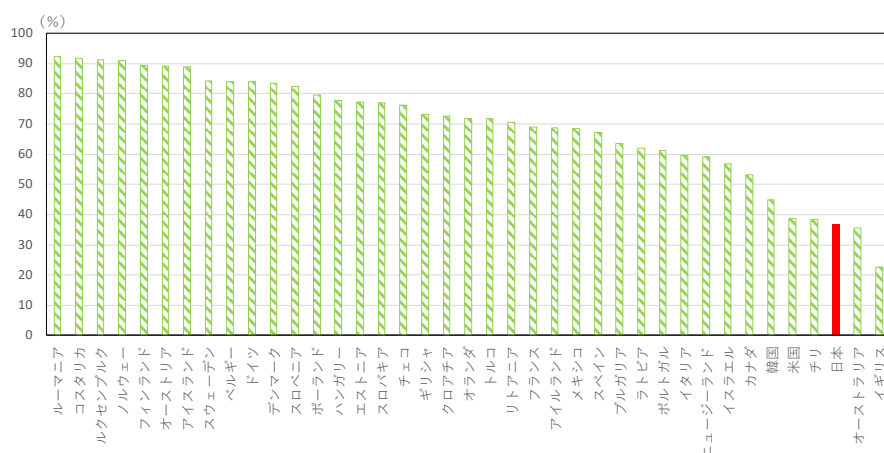
⁶ モデル上[χ]で示される変数の誤差項にショックを与える（付録（P62）参照）。

⁷ モデル上[κ_i]で示される変数の誤差項にショックを与える（付録（P62）参照）。

逆に、この数値が高い場合は教育投資を受けるための費用が大きくなり、それにより家計が教育投資を選択しなくなるため、相対的に生産労働を供給する可能性が高くなる。したがって、本節では教育支出が政策対応により外生的に減少するショックを想定する。例えば、教育補助金増加、給付型奨学金、授業料後払い制度、ICT 技術等の普及による教育コストの減少、といった政策等を実施することが考えられる。

ショックの大きさについては、国際比較を念頭に算出を行った。具体的には、家計の教育支出について、高等教育費支出総額における政府・公的機関等の公的教育支出割合でみると、日本においては約 37%である。一方、OECD 平均は約 69%であるほか、欧州を中心に 80%程度を越える国も多数ある（図 8）。したがって、日本では、公的な教育支出割合を増加させる余地が大きいと考えられるため、日本における公的教育支出割合が OECD 平均並みになると仮定することにより、モデル内の家計の教育支出が半減するショックを加える。

図 8 OECD 諸国の高等教育費公的負担割合（2021）（%）



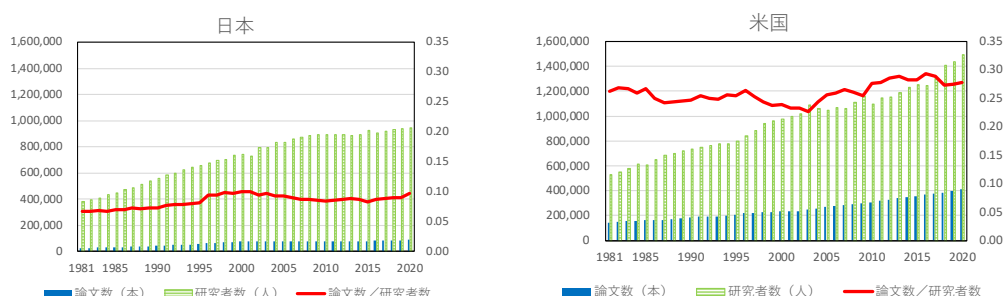
（備考）OECD(2024)により作成。調査年については 2021 年、ギリシャのみ 2020 年。

・イノベーション効率性向上（政策：イノベーション促進）

本シナリオでショックを与えるイノベーション効率性は、イノベーターが高技能労働を 1 単位追加で投入したときの生み出される新たな技術の総量を表す。この数値が高いほど、高技能労働を 1 単位投入したときに生み出される新たな技術が多くなり、技術の実用化企業や中間財生産者へ供給される技術の量も多くなるため、最終財生産者の生産量が増加し、結果として経済成長率の上昇に寄与することとなる。したがって、本節ではイノベーション効率性が政策対応により外生的に上昇するショックを想定する。例えば、国立研究機関による研究開発力の強化、国際的な人的ネットワークや研究成果へのアクセスの確保、博士課程学生・若手研究者等への支援、イノベーションへの補助金、といった政策等を実施することが考えられる。

ショックの大きさについては、ここでも、国際比較を念頭に算出を行った。具体的には、イノベーション効率性に関連する指標として、研究者がどの程度の成果物を産出しているか、論文数と研究者数の比率で見てみると、日本は概ね 0.1 を下回る程度で推移しているのに対し、米国では概ね 0.25～0.30 の間で推移している（図 9）。これに鑑み、米国ほどの比率ではないにしろ、日本におけるそれが足元の値から 0.15 程度まで上昇したと仮定し、本稿で用いるモデル内のイノベーターのイノベーション効率性が 5 割増加するショックを加える。

図 9 論文数と研究者数の比率



（備考）文部科学省科学技術・学術政策研究所「科学技術指標 2023」により作成。

論文は Article, Review が対象。論文の集計は出版年、整数カウント法（1 件の論文に複数の国の機関が関わっている場合は複数回数えられる）による。研究者数は FTE (Full-Time Equivalent) の値。各部門（企業、大学、公的機関、非営利団体）の研究者の合計値であり、各部門の研究者の定義及び測定方法は国によって違いがある。

日本は、2001 年以前の値は該当年の 4 月 1 日時点の研究者数、2002 年以降の値は 3 月 31 日時点の研究者数。米国は、研究者数は見積り値。一部、時系列の連続性は失われている。また、大学の 2001 年から 2019 年まで研究者数は測定されておらず、非営利団体は 2000 年以降は推定値がない。

・技術実用化効率性向上（政策：技術実用化促進）

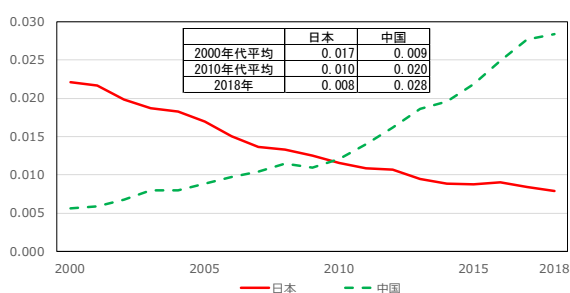
最後に、本シナリオでショックを与える技術実用化効率性は、技術実用化企業が高技能労働を 1 単位追加で投入したときに実用化企業が実装できる技術の総量を示している。この数値が高いほど、高技能労働を 1 単位投入したときに生み出される実用化技術が多くなり、ひいては、最終財生産者が利用可能な中間財が多様になる⁸ことにより、経済全体の生産量が増加し、結果として経済成長率の上昇に寄与することとなる。したがって、本節では技術実用化効率性が政策対応により外生的に上昇するショックを想定する。例えば、起

⁸ 本モデルでは、実用化された技術の増加は、最終財生産者が用いる中間財の種類の増加として表現されている。

業・スタートアップ促進、国際交流の活発化（高度人材の獲得等）、リ・スキリングによる能力向上支援、技術実用化への補助金、といった政策等を実施することが考えられる。

ショックの大きさについては、国内の時系列での指標の推移を念頭に算出を行った。具体的には、技術実用化効率性に関連する指標として、研究に費やしたコストが技術の実用化にどの程度つながったか、日本の特許数と研究開発費の比率でみると、1980 年代の 0.3 程度から足元では 0.1 程度に低下傾向にある（図 10）。これに鑑み、足元の値から 2010 年代並みに上昇したと仮定することにより、本稿で用いるモデル内の技術実用化企業の技術実用化効率性が 3 割増加するショックを加える⁹。

図 10 特許数と研究開発費の比率



（備考）文部科学省科学技術・学術政策研究所「科学技術指標 2023」により作成。

特許数は単国出願数。研究開発費は実質額（2015 年基準：OECD 購買力平価換算）。日本は年度値。中国は一部、時系列の連続性は失われている。

4.4 シミュレーション結果

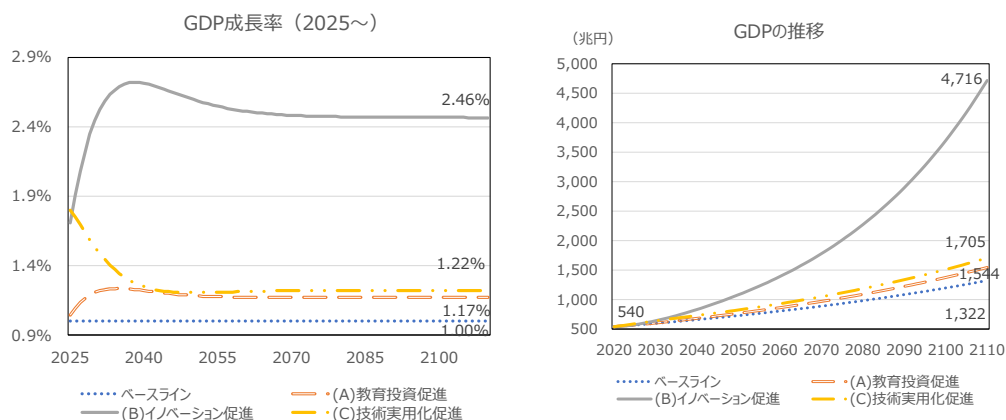
本稿で扱った定量 DSGE モデルにおいて、先述した 3 つの政策対応のシナリオに沿って、それぞれ個別にシミュレーションを行うと、いずれの場合も、超長期の経済成長率の押し上げ効果が確認された。このうち、特にイノベーション促進による押し上げ効果が大きかった。どの政策シミュレーションにおいても、政策対応により経済全体の新たな技術の総量・実装化される技術の総量が増加することにより、最終財生産者の生産が拡大し、結果として、超長期の経済成長率を高めることに寄与する姿が描かれる結果となった。

より詳細にシミュレーション結果（図 11）を見ると、まず、教育投資促進の政策シミュレーション結果では、家計の教育支出に係るパラメータが半減することで、2110 年の経済成長率は 1.17% となり、ベースライン（成長率 1 %）からの押し上げ効果は、プラス 0.17% pt となった。また、2110 年の GDP 水準は、何ら政策対応が行われない場合（1,322 兆円）に比べて約 1.2 倍の 1,544 兆円となった。次に、イノベーション促進の政策シミュレーション結果をみると、イノベーション効率性に係るパラメータが 5 割増大することで、2110

⁹ 近年成長の著しい中国の比率をみると、一貫して上昇しているが、技術実用化効率性の急上昇は現実的ではないため、本章のシミュレーションではショックの大きさの選定には用いていない。

年の経済成長率は 2.46% となり、ベースライン（成長率 1%）からの押し上げ効果は、プラス 1.46%pt となった。なお、2110 年の GDP 水準は、何ら政策対応が行われない場合に比べて約 3.6 倍の 4,716 兆円となった。最後に、技術実用化促進の政策シミュレーション結果をみると、技術実用化効率性に係るパラメータが 3 割増大することで、2110 年の経済成長率は 1.22% となり、ベースライン（成長率 1%）からの押し上げ効果は、プラス 0.22%pt となった。また、2110 年の GDP 水準は、何ら政策対応が行われない場合に比べて約 1.3 倍の 1,705 兆円となった。

図 11 政策シミュレーション（経済（GDP）成長率、GDP の推移）



（備考）筆者によるシミュレーション結果

5. 長期目標シミュレーション

5.1 シミュレーション概要

本章では、第4章第1節の現状認識や同章第4節のシミュレーション結果も踏まえ、以下に示す3つのパラメータに関して、超長期の経済のあるべき姿を目標として一括して設定し、当該目標に至るためのショックを外生的に加えることにより、シミュレーションを実施する。より技術的には、長期目標の水準を定めたうえで、それらを規定するパラメータが超長期の時点で当該目標に収束するよう逆算を行い、当該パラメータのパスを導出する。そのうえで、当該パスにパラメータが設定されるようシミュレーションの始点において、外生的なショックを加える¹⁰。これにより、長期目標が定められた場合に、経済の姿がどのように変化するか確認することができる。次節で説明するとおり、どの変数に係る長期目標を設定するかについては、我が国の現状も踏まえ、モデル内の基本的な変数のうち、政策的な選択肢として扱うことが適切と考えられるものを選定した。

¹⁰ よりモデル内の挙動に即すと、モデル内の超長期の定常状態を変化させ、そこに至るまでの経路をシミュレーションしていることになる。

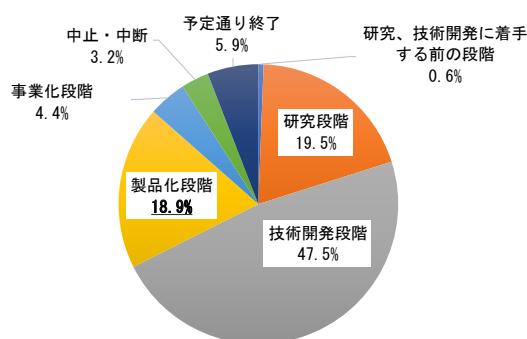
5.2 シナリオについて（パラメータとショックの大きさ）

本章では、以下に示す3つの指標が超長期において目標の水準になることをシナリオとして想定する。はじめに、長期目標の技術実用化確率については、ベースラインの値である0.2から0.3に上昇するものとする。同様に、労働参加率の長期目標については、ベースラインの60.8%から72.0%に、高技能労働と生産労働の賃金比率を示す賃金プレミアムの長期目標は、ベースラインの1.4から2.1に上昇することを仮定する。これらの長期目標が実現されるようモデル内のパラメータにショックを与えることによりシミュレーションを実施する。なお、本章では、3つの目標が同時に変化した場合を扱うこととし、各目標がそれぞれ変化した場合のシミュレーションは行っていない。また、長期目標実現の裏側では政策対応や新たな技術の導入など何らかの外生的なショックが目標達成のために生じることを前提としている。

・技術実用化確率

技術実用化確率は、技術実用化企業が技術を実用化できる確率を示す。この数値が高いほど、イノベーターが生み出した技術ストックから実装される技術が多くなる。技術実用化確率の向上は、最終財生産者が利用可能な中間財が多様になることにより、経済全体の生産量が増加し、結果として経済成長率の上昇に寄与することとなる。なお、本ショックに関連する政策としては、例えば、起業・スタートアップ促進、国際交流の活発化、人材・技術・資金の好循環の促進等が考えられる。

図 12 研究開発事業の終了時のフェーズ



（備考）経済産業省「令和4年度産業技術調査事業（研究開発事業終了後の実用化状況等に関する追跡調査・追跡評価）報告書」より作成¹¹。

¹¹ 追跡調査は、経済産業省の実施した研究開発事業終了後における研究開発成果の実用化、中止・中断等の状況、事業により取得された特許等知的財産の利用状況等について把握・分析し、今後の研究開発マネジメントの向上に資する情報などを得るもの。調査対象は、研究開発事業のうち、平成28年度、平成30年度、令和2年度のいずれかに終了時評価を行った15事業に参加した企業・団体、大学・研究機関（113機関）。

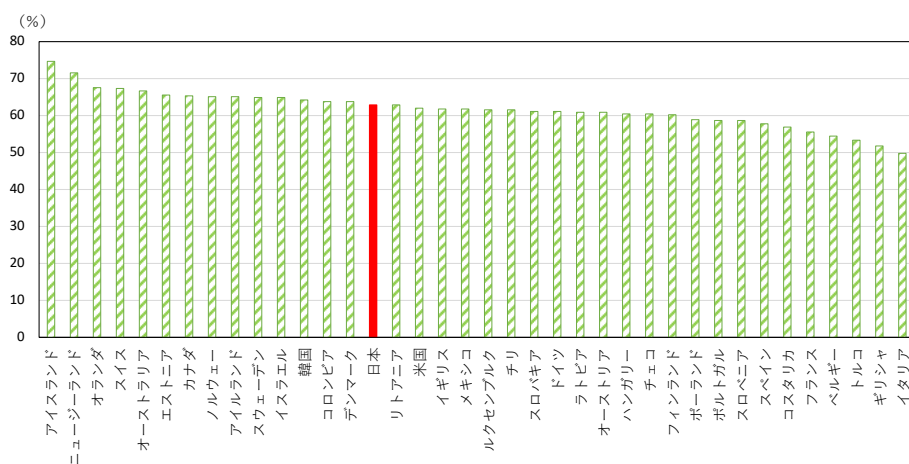
ショックの大きさについては、以下のデータに基づいて算出した。具体的には、技術実用化確率に関連する指標として、研究開発事業の終了時のフェーズにおいて「製品化段階」となった事業の比率とすると、経済産業省の研究開発事業に関する報告書によれば、「製品化段階」となった事業の比率は最近時の実績値としては 18.9%であった（図 12）。これに鑑み、「製品化段階」になる確率が、同報告書の実績値よりも約 10%pt 上昇すると仮定することにより、本稿で用いるモデル内の技術実用化企業の技術実用化確率が 0.3 になるショックを加える。

・労働参加率

労働参加率は、総人口のうちどれだけの割合が労働参加しているかを示すものである。この数値が高いほど、投入される労働者の割合は増える。その結果として、新たな技術創出や技術の実用化が活発になることにより、経済全体の成長力を高めることが期待される。なお、本ショックに関連する政策としては、例えば、女性の就業支援（再就職支援、スキルアップ支援）、高齢者の就業者支援（ハローワークの活用等）等が考えられる。

ショックの大きさについては、国際比較の観点から算出した。具体的には、我が国の労働参加率は、国際的にみて必ずしも低い水準ではないものの、アイスランドなど、我が国よりも労働参加率が高い先進国は存在する（図 13）。そこで、女性や高齢者等の就業支援によって、我が国の労働参加率をより引き上げる余地はあると考えられる。これに鑑み、先進国で最も高いアイスランド並みに労働参加率が高まったと仮定することにより、本稿で用いるモデル内の労働参加率¹²が 11.2%pt 増加し、現在の 60.8%から 72.0%になるショックを加える。

図 13 OECD 諸国の労働参加率（2023）（%）



（備考）ILO “ILO Modelled Estimates”により作成。調査年は 2023 年。

¹² 本稿で用いた定量 DSGE モデルでは、家計は、高技能労働又は生産労働の供給のほか、余暇を消費する（労働しない）ことも可能であるため、労働参加という概念が表現されている（付録（P61）参照）。

・賃金プレミアム

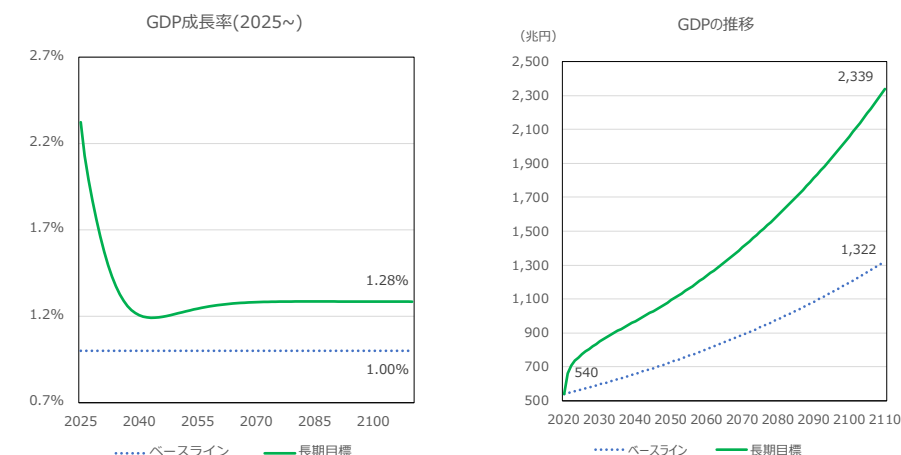
賃金プレミアムは、高技能労働と生産労働の相対的な賃金比を示す。高技能労働の賃金が高い場合、家計は、高技能労働を供給することの便益が高いため、教育投資をより積極的に行うようになる一方、賃金が低い場合、家計は教育投資を控え、生産労働を供給するようになる。言い換えれば、賃金プレミアムが高いほど、高技能労働を供給することによるリターンが大きくなるので、教育投資を行うインセンティブが高まると考えられる。なお、本ショックに関連する政策としては、例えば、企業における高度人材の適正利用、AI 研究者への支援、デジタルリテラシー向上等が考えられる。

ショックの大きさについては、以下のデータに基づいて算出した。具体的には、豊永 (2021) や恩田 (2018) により、日本と米国の賃金プレミアムを大卒者の高卒者に対する賃金比率という指標で比較すると、日本より米国の方が賃金スキルプレミアムは大きくなっている。具体的には、日本では、2015 年に約 1.4 程度である一方、米国では、2010 年に約 2.1 となっている。これらを踏まえ、仮に米国と同程度まで賃金プレミアムが上昇したと仮定することにより、本稿で用いるモデル内の賃金プレミアムが 1.4 から 2.1 になるショックを加える。

5.3 シミュレーション結果

前節の長期目標に係るシナリオ (①技術実用化確率が 0.2 から 0.3 に、②労働参加率の 60.8%から 72%に、③賃金スキルプレミアムが 1.4 から 2.1 に上昇) について、シミュレーションを行うと、主に労働参加が促進される結果として、技術総量や実用化技術が増加して、経済成長率を高める結果となった。具体的にみると、2110 年時点における経済成長率は、ベースラインの 1.00%から 1.28%に上昇し、ベースライン (成長率 1 %) からの押し上げ効果は、プラス 0.28%pt となった。また、2110 年の GDP 水準は、長期目標が達成されなかったベースラインの場合 (1,322 兆円) に比べて約 1.8 倍の 2,339 兆円となった (図 14)。

図 14 長期目標シミュレーション (経済 (GDP) 成長率、GDP の推移)



6. 考察

6.1 シミュレーション結果まとめ

ここまでの結果をまとめると、以下のとおりである。まず、第3章の人口減少シミュレーションでは、出生率低下による人口減少は、超長期の経済成長に大きなマイナスのインパクトを与えることが示された。また、続く第4章・第5章で示した政策シミュレーションや長期目標シミュレーションの結果、無形資産の蓄積や人的投資といった各種政策対応は、超長期の経済成長率を押し上げる効果を有することが示された。要約すると、表1の通りである。出生率が1.3で停滞する人口減少シミュレーションでは、超長期において、2.06%pt 経済成長率を押し下げる効果がある一方で、政策シミュレーションについてみると、特に、イノベーション促進は大きな押し上げ効果（+1.46%pt）があった。また、長期目標シミュレーションについては、労働参加の促進を中心に、0.28%pt の押し上げ効果があった。

表 1 超長期の経済成長率の押し上げ効果

人口減少シミュレーション			
	名称	シミュレーション概要	成長率押し上げ効果
	2.1回復	出生率が2.1に回復する人口予測ショック	▲0.52%pt
	1.6回復	出生率が1.6に回復する人口予測ショック	▲1.47%pt
	1.3固定	出生率が1.3で停滞する人口予測ショック	▲2.06%pt
政策シミュレーション			
	名称	シミュレーション概要	成長率押し上げ効果
政策対応	教育投資促進	家計の教育投資に係る教育支出が減少（半減）	+0.17%pt
	イノベーション促進	企業のイノベーション効率性が向上（5割増）	+1.46%pt
	技術実用化促進	企業の技術実用化効率性が向上（3割増）	+0.22%pt
(注) 政策対応により様々な変数が増加するため、個別の押し上げ効果を単純に足すことはできない。本シミュレーションの目的は、モデルの挙動を確認することにある。			
長期目標シミュレーション			
	名称	シミュレーション概要	成長率押し上げ効果
長期目標	技術実用化促進	企業の技術実用化確率が増加（10%pt上昇）	(+0.00%pt)
	労働参加促進	家計の労働参加率が上昇（11.2%pt増加）	(+0.22%pt)
	賃金構造変化促進	賃金スキルプレミアムが上昇（1.4→2.1）	(▲0.00%pt)
※上記の3つの変化を同時に与えた場合			+ 0.28%pt

(注) 長期目標について、各シミュレーションについて分解して試算した場合、変数が相互に関連しており、各々の積み上げは3つの変化を同時に与えた場合と異なる。

(備考) 筆者によるシミュレーション結果

6.2 簡易的な試算

本稿で用いた定量 DSGE モデルにおいては、人口減少シミュレーションとその他のシミュレーションを同時に実施した場合、ショックがモデル内に伝播する複雑な経路等により、想定しない挙動を起こすおそれがあると考えられたため、表1に示したとおり、個別のシミュレーション結果を報告した。一方、モデル内で同時にショックを与えることは困難ではあるものの、本節では、簡易的な試算として、モデルの外で、人口減少シミュレーションとその他のシミュレーションの結果を組み合わせてることにより、超長期の経済の姿を描

写することを試みる。

まず、政策シミュレーションのうち、イノベーション促進による超長期の経済成長押し上げ効果（+1.46%pt）を前提に、各人口減少シミュレーションの結果と合わせて簡易的に試算した。また、長期目標シミュレーション（技術実用化確率の上昇、労働参加率上昇、賃金プレミアム上昇）による経済成長率押し上げ効果（+0.28%pt）を前提に、各人口減少シミュレーションの結果と合わせて簡易的な試算も行った。

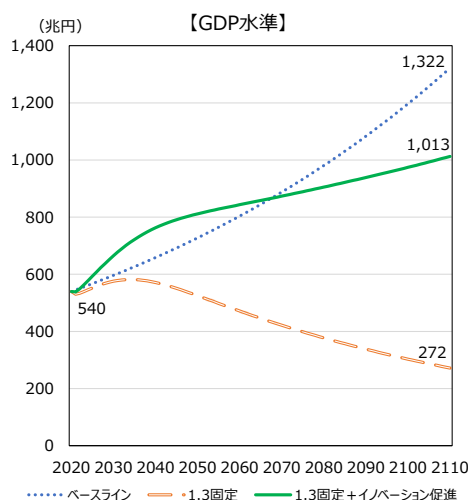
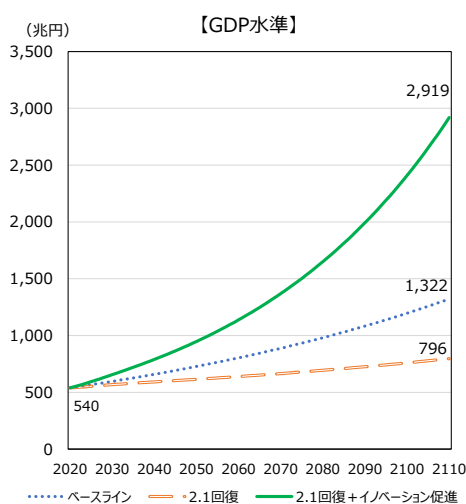
具体的には、政策シミュレーション（イノベーション促進）（図 15）では、出生率が 2.1 に回復するシナリオを前提にすると、何ら政策対応がとられない場合の 2110 年時点の GDP が 796 兆円であったのが、イノベーション促進に係る政策が実施された場合は同時点の GDP が 2,919 兆円へ増加する結果となった。一方で、出生率が 1.3 で停滞するシナリオの場合、2110 年時点の GDP について、何ら政策対応がとられない場合の 272 兆円から 1,013 兆円に増加し、2020 年の 540 兆円を大きく上回った。なお、経済成長率で見ても、イノベーション促進政策が実施された場合は、超長期でプラス成長を維持できること分かった。

一方で、長期目標シミュレーション（図 16）では、出生率が 2.1 に回復するシナリオでは、長期目標が達成された場合、何ら政策対応がとられない場合の 2110 年時点の GDP である 796 兆円から 1,023 兆円へと増加した。しかしながら、出生率が 1.3 で停滞した場合、2110 年時点の GDP については、何ら政策対応がとられない場合の 272 兆円から、長期目標が達成されると 351 兆円となるものの、2020 年の 540 兆円を引き続き下回る結果となった。くわえて、経済成長率で見ると、出生率が 1.3 で停滞する人口減少シナリオを前提とすると、長期目標が達成されたとしても、マイナス成長が続く結果となった。

図 15 イノベーション促進シミュレーション

【出生率 2.1 回復】

【出生率 1.3 固定】

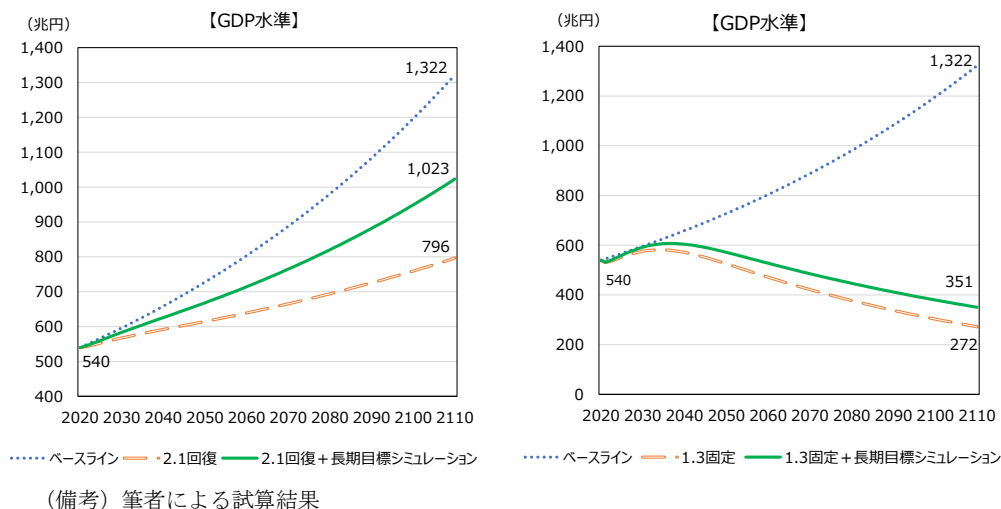


（備考）筆者による試算結果

図 16 長期目標シミュレーション

【出生率 2.1 回復】

【出生率 1.3 固定】



以上の簡易的な試算によれば、イノベーション促進や労働参加促進を図る各種政策は超長期の GDP の水準を相当程度に高める可能性が示唆された一方で、人口減少による経済成長の押し下げ効果は大きいことが分かった。

7. 結論

本稿では、人口減少下における我が国の潜在成長力向上が求められる中、人口減少そのものに加えて、無形資産の蓄積や人的投資に向けた政策が、超長期の経済成長にどのような影響を与えるのか定量的に把握するため、新しい定量 DSGE モデルを用いて、①人口減少シミュレーション、②政策シミュレーション、③長期目標シミュレーション、の3つのシミュレーションを実施した。シミュレーションの結果、人口減少は超長期においても、経済に大きなマイナスのインパクトを及ぼすことが示された。その一方で、イノベーションの促進や労働参加率向上に向けた政策対応等により、人口減少によるマイナスの影響を相当程度に緩和しつつ、潜在的な成長力を強化し、超長期の経済成長を高める可能性を示唆する結果となった。無形資産の蓄積、人的投資の重要性が確認されるとともに、人口減少の緩和自体の重要性も同時に確認された、というのが本稿の結論である。なお、本稿におけるシミュレーションについては、シミュレーションの方法やショックの大きさの選定を始め、さらなる精査が必要な部分も残されており、本稿の結果は相当程度の幅をもって解釈すべきものである。今後開発した定量 DSGE モデルの改良、シミュレーション方法の改善、異なる政策対応を想定したシミュレーションの実施等に取り組み、精度及び頑健性をより高めることについては、今後の課題である。

参考文献

- 恩田正行・賀茂美則 (2018), 「アメリカの労働市場」『日本労働研究雑誌』No. 693, 11-19 頁.
- 経済産業省 (2023), 「令和 4 年度産業技術調査事業 (研究開発事業終了後の実用化状況等に関する追跡調査・追跡評価) 報告書」.
- 高橋尚吾・八木橋毅司 (2019), 「マクロ経済モデルのフロンティア: 海外の活用事例を踏まえた考察」『ファイナンス』2019 年 6 月, 46-51 頁.
- 寺本和弘 (2025), 「DSGE モデルによる中長期経済分析: 技術成長を内生化した新しい定量 DSGE モデルの意義・特徴」『経済分析』第 210 号, 18-37 頁.
- 独立行政法人労働政策研究・研修機構 (2024), 「データブック国際労働比較 2024」.
- 外木暁幸 (2015), 「R&D 投資を導入した一般均衡動学モデルによる日本の経済成長分析」RCESR Discussion Paper Series, No. DP15-9.
- 豊永耕平 (2021), 「高卒と大卒の学歴間賃金格差は拡大したのか」『季刊個人金融』2021 冬, 78-87 頁.
- 内閣府 (2023), 「令和 5 年度 年次経済財政報告」.
- 内閣府 (2014), 「選択する未来」委員会報告.
- 宮澤健介 (2016), 「戦後日本における人的資本の計測」『フィナンシャル・レビュー』128 号, 29-40 頁.
- 宮川努・滝澤美帆 (2022), 「日本の人的資本投資について: 人的資源価値の計測と生産性との関係を中心として」RIETI Policy Discussion Paper Series, 22-P-010.
- 宮川努・枝村一磨・尾崎雅彦・金榮慤・滝澤美帆・外木好美・原田信行 (2015), 「無形資産投資と日本の経済成長」RIETI Policy Discussion Paper Series, 15-P-010.
- 文部科学省科学技術・学術政策研究所 (2023), 「科学技術指標 2023」.
- Anzoategui, Diego, Diego Comin, Mark Gertler, and Joseba Martinez (2019). “Endogenous Technology Adoption and R&D as Sources of Business Cycle Persistence.” *American Economic Journal: Macroeconomics*, 11 (3), 67-110.
- Comin, Diego, and Mark Gertler (2006). “Medium-Term Business Cycles.” *American Economic Review*, 96 (3), 523-551.
- Hasumi, Ryo, Hirokuni Iiboshi, and Daisuke Nakamura (2018). “Trends, cycles and lost decades: Decomposition from a DSGE model with endogenous growth.” *Japan and the World Economy*, 46, 9-28.
- ILO. “ILO Modelled Estimates”. <https://ilostat.ilo.org/methods/concepts-and-definitions/ilo-modelled-estimates/#> (参照 2024-12-23)
- Matsumura, Kohei, Tomomi Naka, and Nao Sudo. (2024). “Analysis of the transmission of carbon taxes using a multi-sector DSGE.” *Energy Economics*, Vol.136, 107642.
- OECD (2024). “Education at a Glance 2024”.

Pagan, Adrian R. and Martin Fukac (2011). “Structural macro-econometric modelling in a policy environment.” In *Handbook of Empirical Economics and Finance*, edited by D. Giles and A. Ullah, CRD Press, New York.

付録 定常化前の均衡式一覧

本付録は、寺本（2025）に基づいて開発された定量 DSGE モデルについて、主要な均衡式を一覧化したものである。本稿の本文で引用している式については、下記付録で四角囲みを付している。なお、本付録においては、DSGE モデルを実装するソフトウェアである `dynare` の表記法に合わせて、 t 期における状態変数を $t-1$ 期の時間表記によって記述している。モデルの構造の詳細、パラメータ、解法等については、寺本（2025）を参照のこと。

$$L_{s,t-1} + L_{u,t} + L_{h,t} = N_t$$

$$L_{s,t} = (1 - \delta_N) L_{s,t-1} + b_{N,t} N_t P_{s,t}$$

$$\varsigma K_{t-1} = \frac{\xi}{1 - \xi} \left(\frac{C_{h,t}}{C_{m,t}} \right)^{\frac{1}{\epsilon}} w_{u,t}$$

$$N_t C_{h,t} = \varsigma K_{t-1} L_{h,t}$$

$$(1 - \tau_e) E'(P_{s,t}) = \mathbb{E}_t \left[\Lambda_{t,t+1} \frac{w_{u,t+1}}{w_{u,t}} \left(\left(\frac{w_{s,t+1}}{w_{u,t+1}} - 1 \right) + (1 - \tau_e) (1 - \delta_N) E'(P_{s,t+1}) \right) \right]$$

$$E'(P_{s,t}) = \frac{a_e}{1 - P_{s,t}} \left(\frac{1 - L_{s,t-1}/N_t}{1 - P_{s,t}} \right)^\eta$$

$$\Lambda_{t,t+1} = \beta \frac{\mathcal{U}_{m,t+1}}{\mathcal{U}_{m,t}}$$

$$\mathcal{U}_{m,t} = \xi \left(\frac{C_t}{C_{m,t}} \right)^{\frac{1}{\epsilon}} \left[\frac{N_t}{C_t - h C_{t-1}} - \beta \mathbb{E}_t \frac{h N_{t+1}}{C_{t+1} - h C_t} \right]$$

$$C_t = \left[\xi C_{m,t}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} + (1 - \xi) C_{h,t}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

$$1 = r_t \mathbb{E}_t \Lambda_{t,t+1}$$

$$N_t K_t = (1 - \delta(U_t)) N_{t-1} K_{t-1} + \left(1 - f \left(\frac{I_t}{\Gamma_{t-1} I_{t-1}} \right) \right) N_t I_t$$

$$Q_t = \mathbb{E}_t [\Lambda_{t,t+1} (r_{k,t+1} U_{t+1} + Q_{t+1} (1 - \delta(U_{t+1})))]$$

$$r_{k,t} = Q_t \delta'(U_t)$$

$$1 = Q_t \left\{ 1 - f \left(\frac{I_t}{\Gamma_{t-1} I_{t-1}} \right) - f' \left(\frac{I_t}{\Gamma_{t-1} I_{t-1}} \right) \frac{I_t}{\Gamma_{t-1} I_{t-1}} \right\} \\ + \mathbb{E}_t \Lambda_{t,t+1} \left[Q_{t+1} f' \left(\frac{I_{t+1}}{\Gamma_t I_t} \right) \left(\frac{I_{t+1}}{\Gamma_t I_t} \right)^2 \Gamma_t \frac{N_{t+1}}{N_t} \right]$$

$$Y_t = (A_{t-1})^{\vartheta-1} \theta_t [(U_t N_{t-1} K_{t-1})^\alpha (L_{u,t})^{1-\alpha}]^\nu M_t^{1-\nu}$$

$$Y_t = A_{t-1}^{\vartheta} Y_{m,t}^j \text{ for all } j$$

$$1 = \frac{p_{m,t}}{A_{t-1}^{\vartheta-1}}$$

$$p_{m,t} = \vartheta mc_{m,t}$$

$$mc_{m,t}(1-\alpha)\nu\frac{Y_{m,t}^j}{L_{u,t}^j} = w_{u,t} \text{ for all } j$$

$$mc_{m,t}\alpha\nu\frac{Y_{m,t}^j}{U_t K_{t-1}^j} = r_{k,t} \text{ for all } j$$

$$mc_{m,t}(1-\nu)\frac{Y_{m,t}^j}{M_t^j} = P_{M,t} \text{ for all } j$$

$$\frac{A_t}{A_{t-1}} = \lambda_t \phi \left[\frac{Z_{t-1}}{A_{t-1}} - 1 \right] + \phi$$

$$\lambda_t = \kappa_{\lambda} (Z_{t-1} L_{sa,t})^{\rho_{\lambda}}$$

$$J_t^Z \equiv Z_{t-1} J_t$$

$$V_t^A \equiv A_{t-1} V_t$$

$$L_{sa,t}^Z \equiv Z_{t-1} L_{sa,t}$$

$$\rho_{\lambda} \lambda_t \phi \mathbb{E}_t \left[\Lambda_{t,t+1} \left(V_{t+1}^A \frac{Z_{t-1}}{A_t} - J_{t+1}^Z \frac{Z_{t-1}}{Z_t} \right) \right] = (1 - \tau_{sa,t}) w_{s,t} L_{sa,t}^Z$$

$$\frac{Z_t}{Z_{t-1}} = \chi_t (L_{sr,t})^{\rho_z} + \phi$$

$$\mathbb{E}_t \left[\Lambda_{t,t+1} J_{t+1}^Z \chi_t \frac{Z_{t-1}}{Z_t} L_{sr,t}^{\rho_z-1} \right] = (1 - \tau_{sr,t}) w_{s,t}$$

$$J_t^Z = -(1 - \tau_{sa,t}) w_{s,t} L_{sa,t}^Z + \phi \mathbb{E}_t \left[\Lambda_{t,t+1} \left(\lambda_t V_{t+1}^A \frac{Z_{t-1}}{A_t} + (1 - \lambda_t) J_{t+1}^Z \frac{Z_{t-1}}{Z_t} \right) \right]$$

$$V_t^A = (1 - \tau_{\pi,t}) \left(\frac{\vartheta - 1}{\vartheta} \right) Y_t + \phi \mathbb{E}_t \left[\Lambda_{t,t+1} V_{t+1}^A \frac{A_{t-1}}{A_t} \right]$$

$$L_{s,t-1} = \left(1 - \frac{A_{t-1}}{Z_{t-1}} \right) L_{sa,t}^Z + L_{sr,t}$$

$$Y_t = N_t C_{m,t} + \frac{a_e}{\eta} \left[\left(\frac{1 - L_{s,t-1}/N_t}{1 - P_{s,t}} \right)^{\eta} - 1 \right] w_{u,t} \times b_{N,t} N_t + N_t I_t + G_t,$$

$$G_t = Y_t g_t$$

$$\log(\theta_t) = (1 - \rho_{\theta}) \log(\theta) + \rho_{\theta} \log(\theta_{t-1}) + \sigma_{\theta} \varepsilon_{\theta,t}$$

$$\log(\chi_t) = (1 - \rho_{\chi}) \log(\chi) + \rho_{\chi} \log(\chi_{t-1}) + \sigma_{\chi} \varepsilon_{\chi,t}$$

$$\log(g_t) = (1 - \rho_g) \log(g) + \rho_g \log(g_{t-1}) + \sigma_g \varepsilon_{g,t}$$

$$\log(P_{M,t}) = \rho_{PM} \log(P_{M,t-1}) + \sigma_{PM} \varepsilon_{PM,t}$$

$$\log(\tau_{sr,t}) = (1 - \rho_{sr}) \log(\bar{\tau}_{sr}) + \rho_{sr} \log(\tau_{sr,t-1}) + \sigma_{sr} \varepsilon_{sr,t}$$

$$\log(\tau_{sa,t}) = (1 - \rho_{sa}) \log(\bar{\tau}_{sa}) + \rho_{sa} \log(\tau_{sa,t-1}) + \sigma_{sa} \varepsilon_{sa,t}$$