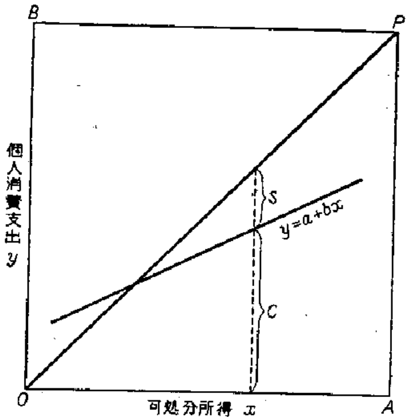
し、それらの大いさと構成に密接なる関連をもち、かつ影響を与えるものである。

所得階層別分布は、生産面に規制される分配分の支払形態別構成に影響される。例えば、資産所有者の所得の割合が大なるときは、国民所得の大部分が高額所得者によつて占められるような状態を招来するものであり、またかかる場合は、処分の面における貯蓄の割合を増加せしめるであろう。この間の事情は、分配国民所得の消長とそれに対する勤労所得の構成及びその所得分布との関係、或いは産業別勤労所得の階層別分布との関係を分析することにより、一層明白ならしめられよう。

また景気の上昇もしくは下降は、国民所得の処分面における貯蓄構成割合の増加もしくは減少と同一傾向を辿ることが、統計的に略々推測しうるところである。したがつて所得の階層別分布と経済変動とは、相互につよく影響しあうものといいうるのである。

第六図　個人可処分所得と個人消費支出



〔註〕 1. OA＝OB

2. S＝貯蓄　C＝個人消費支出

例えば、国民所得は経済変動の状況を鋭敏に反映しうるものであるが、この変動傾向と、後に述べる所得階層別分布の不平等係数の一つであるパレート係数の増減との間に略々一定の関係があることが統計的にしりうるのである。

さらに、所得階層別分布をその処分面、すなわち個人可処分所得及び消費支出との関連においてみると、限界貯蓄性向や限界消費性向の測定が可能となり、これらは、購買力——需要——の分析の分野における有用な用具となる。

すなわちいま第六図で個人可処分所得 x を横軸ＯＡにとり、個人消費支出 y を縦軸ＯＢにとつて、両者の関係を図示するとそれはおおむね、

$$y = a + bx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

なる直線式であらわされ、限界消費性向は、この直線の方向係数 b によつて示されるのである。

ところで、個人可処分所得が増加しても景気がさほど上昇しないという状況は、階層別分布において、所得は高額所得層に偏し、大多数の者のうる所得は増加せず、したがつて右の限界消費性向 b が大きくならず、社会の需要が増大しないというような関係になる。

かくのごとく所得階層別分布は、経済変動、消費需要並びに資本蓄積の間の関係を分析するうえに重要である。

またこの所得分布の分析は、財政政策の樹立の上においても有用である。たとえば、個人所得の階層別分布に税制がいかなる影響を与えるかは、税引前の分布と税引後のそれとを比較することによつてもしることができ、また、財政の介入による所得再分配の効果はそれらのパレート係数の増減等からも判断することが出来る。

なおこれによつて、個人所得の増加が、所得分布の状況をいかに変えるものかがわかるとすれば、これは来るべき年次の税制において、累進税率をいかにすべきかという問題の解決に寄与するであろう。また国民所得の推計において、基礎資料が税務統計によつている場合に、免税点以下が不明であるときには、その部分の推計を行うためにも所得分布の法則の研究が重要となる。

以上のごとく、所得階層別分布の推計及び分析は、経済理論の実証的研究や経済政策樹立のために極めて有用である。

前にも述べた如く、所得階層別分布の研究は、その不平等度測定という統計学的研究とともにその歴史は極めて古いの

であるが、所得分布を明かにする基礎資料が、概ね税務統計に限られているため、免税点以下の分布は専ら達観推計によらざるをえず、従つて分布の型を表わす経験法則の確立もまた未だ不充分である。

この所得分布型推定の問題は、学者の研究の興味とされたわりには発達せず、官庁においても、税務当局の研究のほかには余りみられない現状である。すなわち、英国国民所得白書における個人所得の分布の測定が官庁の手になる唯一のものであり（第45表参照）、米国においても、最近漸く分布構成の研究の重要性が認識せられ、着手されようとしている状態である。

わが国においては、早川氏による北海道の税統計からの分布の研究、汐見氏の熊本市の戸数割による分布の研究やパレート係数の税統計による長期的測定（明治二十年頃—昭和二十一年）等の税務統計からの統計学的研究があるが、官庁における本格的な調査研究はその例をあまり見ない。

所得分布の全体がわかる基礎資料としては、総理府総計局の消費実態調査（Ｃ・Ｐ・Ｓ・）など勤労者についての若干のもののほか、その基礎統計資料も不充分である（第46表参照）。このように、国民所得の階層別分布の、国民所得循環との関連においての研究は殆んど着手せられていないが、しかしこれは極めて必要であり、そのためにはまず右に関する既存統計資料を、階層別分布の分析にたえうるよう編成替するとともに、所得の構成をより一層適確に推計しうるような基礎資料の整備が緊要である。

以下において、所得階層別分布の構成と分布の特性とについて概略説明しよう。

第 45 表　英国個人所得の所得階層別分布

(1938, 1949 暦年)

所得階層＼年次	1938 暦年 所得人員（千人）	1938 暦年 所得額（百万ポンド）	1949 暦年 所得人員	1949 暦年 所得額
250ポンド未満	……	2,559	……	2,209
250 ～ 499	1,890	631	10,310	3,546
500 ～ 999	539	361	2,443	1,614
1,000 ～ 1,999	183	247	545	728
2,000 ～ 9,999	98	361	219	760
10,000 以上	8	163	11	190
合計	……	4,952	……	10,507

〔註〕 1. 所得額は納税前のものである.
2. 所得額の内訳が合計と一致しないのは，特定の所得階層に属さない個人にたいして生ずる所得があるためで，これは，国民貯蓄証券利子，共同組合販売の配当などから構成せられており，その額は 1938 年で 630 百万ポンド，1949 年で 1,460 百万ポンドに上つている.
3. 英国の 1946—1950 年国民所得白書（1951 年 4 月発表），第 12 表所得階層による個人所得の分布による.

第 46 表　勤労者の消費性向及び貯蓄性向

(昭和 25 年 10 月—26 年 4 月平均)

実収入階級	世帯数	実収入総額	公租公課	可処分所得	消費	貯蓄
4,000円 未満	904戸	1,326円	179円	1,147円	8,542円	△ 7,358円
6,000 〃	767	5,036	247	4,789	7,459	△ 2,652
8,000 〃	1,352	6,999	365	6,634	7,999	△ 1,371
10,000 〃	1,718	8,941	570	8,371	9,358	△ 992
12,000 〃	1,914	10,912	817	10,095	10,649	△ 553
14,000 〃	1,666	12,912	1,065	11,847	11,988	△ 145
16,000 〃	1,561	14,919	1,404	13,515	13,441	82
18,000 〃	1,185	66,710	1,686	15,224	14,540	655
20,000 〃	966	18,917	2,026	16,891	15,859	1,021
22,000 〃	750	20,836	2,417	18,419	16,809	1,605
24,000 〃	511	22,984	2,690	20,294	18,358	1,991
26,000 〃	416	24,929	3,162	21,767	19,512	2,184
28,000 〃	324	26,928	3,696	23,232	19,848	3,397
30,000 〃	217	28,931	4,128	24,803	21,332	3,496
30,000 以上	925	40,747	7,506	33,241	26,558	6,660
合計又は平均	15,176	14,781	1,637	13,144	13,181	△ 33

〔註〕 1. 総理府統計局調の勤労者についてのＣＰＳにより算定したもので，昭和 25 年 10 月—26 年 4 月の 7 カ月平均（月額）である.
2. 実収入は勤労収入の外財産収入等である.
3. 公租公課は直接個人税の負担額である.
4, 消費は家計消費である．ＣＰＳにおいてはこの中に公租公課が含まれているが本表においては差引いてある.
5. 貯蓄は純貯蓄額で，翌月への繰越金，預貯金，借金返済，貸金の正の貯蓄と，前月よりの繰越金，預貯金引出，貸金返済受入，借入金の負の貯蓄との差である.
6. 消費と貯蓄との合計額が可処分所得に符合しないのは，記入不備があるためである.
7. 財政金融統計月報（大蔵省）第 20 号　21 頁による.

第 47 表　所得階層別種類別構成の比較（単位百万円）

（昭和 14 年度及 24 年度）

昭和14年度

所得階級	資産所得	勤労所得	事業所得	合計
0.5 万円以下	545(19.9)	1,099(40.1)	1,036(37.8)	2,740(100.0)
0.5 万円　超	225(31.1)	164(22.7)	315(43.5)	724(100.0)
1　〃	385(39.9)	188(19.5)	366(37.9)	966(100.0)
5　〃	104(46.2)	47(20.9)	69(30.7)	225(100.0)
10　〃	153(53.9)	56(19.7)	71(25.0)	284(100.0)
50　〃	88(83.0)	7(6.6)	10(9.4)	106(100.0)
合計	1,500(29.7)	1,561(30.9)	1,867(37.0)	5,045(100.0)

昭和24年度

所得階級	資産所得	勤労所得	事業所得	合計
10 万円下以	709(0.2)	42,837(14.5)	248,446(84.0)	295,899(100.0)
10 万円　超	1,242(0.3)	122,258(26.2)	337,813(72,5)	465,998(100.0)
25　〃	597(0.4)	38,683(27.0)	102,133(71.2)	143,433(100.0)
50　〃	273(0.6)	6,516(14.7)	36,896(83.3)	44,274(100.0)
100　〃	254(1.4)	1,558(8.7)	15,460(86.2)	17,929(100.0)
合計	3,076(0.3)	211,850(21.9)	740,749(76.6)	967,533(100.0)

〔註〕 1. 昭和 14 年度は，第 3 種所得税，昭和 24 年度は，申告納税分について算定した．
2. 資産所得は，不動産所得と利子配当所得
勤労所得は，給与退職所得
事業所得は，事業所得
3. 各種類別所得の合計額が総額に符合しないのは，この外に，山林所得，譲渡所得，一時所得，雑所得があるためである．
4. 財政金融統計月報（大蔵省）第 20 号　29—30 頁による．

第二節　所得階層別分布の構成

所得の分配は二つの側面から観察しうるものである。その一は、新たに生産された所得が、その生産に参加した生産諸要素の間にどのように分配されるかということであり、その二は、右の所得が各生産諸要素自体の内部でいかなる状態で分配されるかということである。

すなわち、第47表に例示したごとく、前者は、所得分配の横割りの状態をあらわすもので、分配国民所得や個人所得の支払形態別の構成によつて示される。後者は、所得分配の縦割りの状況、すなわち所得の階層別分布をあらわすもので、それは更に二つの側面からうかがいうる。その一は、右の分配国民所得や個人所得の構成要素、例えば被傭者報酬や個人業主所得の総額が

それぞれ個々の被傭者や個人業主の内に、いかに分布されるかということであり、その二は、分配国民所得や個人所得の階層別分布の構成状態はいかになるかということで、これはその一にのべた構成要素別の所得階層別分布を綜合することによつてえられるのである。

所得階層別分布を、分配国民所得や個人所得について所得獲得者に即して推計するためには、概念や基礎統計資料の制約をうけるため、困難な問題があり、特に分配国民所得総額の階層別分布構成を推計するさいには、未分配利潤を法人以外の所得獲得者への分配所得として擬制的に帰属せしめなければならないという問題がおこる。なお個人所得の所得階層別分布は、所得獲得者個人についての所得分布をあらわしたものであるが、この外に所得獲得者が構成する世帯を中心としてみた分布も考えられる。しかしこの所得階層別分布を、個人について考えるか世帯とするかについては、議論の存するところである。

個人所得総額の階層別分布については、その作成は、英国国民所得白書を除いては他に例を見ないのであるが、その場合も、特定の所得階層に属さない個人に対して生ずる所得、例えば現物所得や、慈善事業や生命保険の投資所得、非課税の若干の軍人手当等の取扱いについて問題が起るのである。

所得階層の区分については、長期比較を可能ならしめるためには、低額所得者から高額所得者までの階層を広くとつておかなければならない。階層区分の間隔は、通常税務統計では、低額階層にせまく高額階層に広く、大体幾何級数的となつているが、また一方には C・P・S・のごとく等間隔のものもあり、そのいずれがよいかは構成分析の要請によつてきめられる問題である。

所得分布構成の推計上最も困難なことは、基礎資料が税務統計等にかぎられており、免税点以下までわかるものが少

第48表　米国における所得階層別分布

（1935—36年）

所得階層	家族世帯数	構成比	累計	所得金額	構成比	累計
250弗以下	千戸 1,163	% 3.95	% 3.95	百万ドル 136	% 0.28	% 0.28
250— 500	3,015	10.26	14.21	1,167	2.45	2.73
500— 1,000	8,076	27.47	41.68	6,122	12.84	15.57
1,000— 2,000	10,988	37.37	79.05	15,502	32.51	48.08
2,000— 5,000	5,364	18.22	97.27	15,817	30.08	79.16
5,000— 10,009	510	1.76	97.03	2,510	7.36	86.52
10,000— 20,000	190	0.65	99.68	2,510	5.45	91.97
20,000— 50,000	79	0.27	99.95	2,263	4.58	96.55
50,000—100,000	11	0.04	99.99	755	1.58	98.13
100,000以上	4	0.01	100.00	894	1.87	100.00
合計	29,400	100.00	—	47,679	100.00	—

〔註〕 1. National Resources Committee が30万の家族を訪問して調査推計したもの。
2. 家族世帯とは，2人以上の人よりなり，一つ単位として生活し，所得を共通とし，一つの屋根の下に生活するもの。
3. カール・シャウプ「国民所得分析の原理」による。

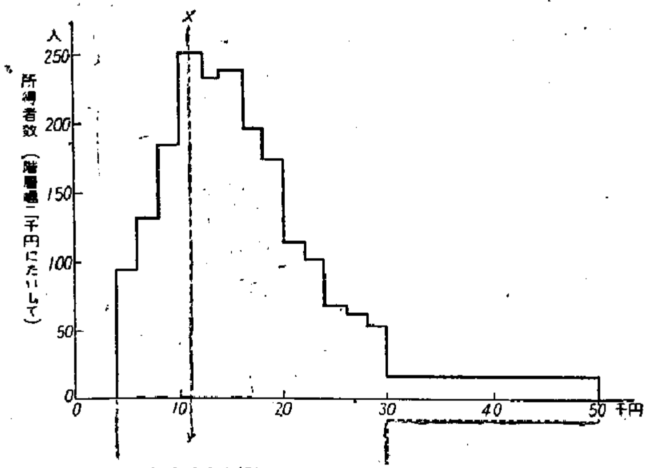
いことである。すなわち、米国の一九三五—三六年の National Bureau Economic Research の世帯数による分布（第48表参照）やわが国のC・P・S・等極く限られたものをのぞいては、免税点以下をも含めた全分布状態をしる資料を欠いている状況である。

なお分布の時系列比較では、税務統計を基礎とする場合、税制の相違によつて、所得階層区分における所得の範囲、課税の対象となる所得内容、分布の度数を示す人員の範囲等がことなるので、慎重を要する。

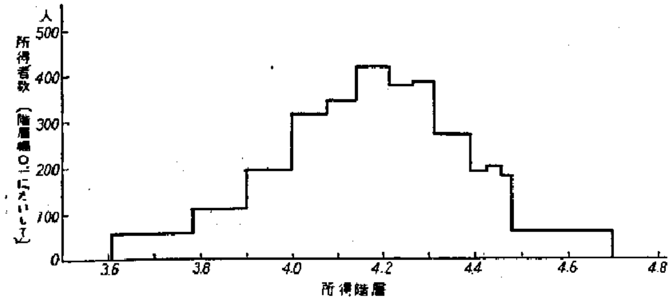
第三節　所得階層別分布の法則

国民所得や個人所得の分配状態をあらわす所得階層別分布は、第七図のごとく、横軸に所得階層をとり、縦軸にこれに対応する所得獲得者の数を

第七図　所得分布図（1）



第八図　所得分布図（2）（所得階層を対数に変換したもの）



とつて表わすと、その度数分布は、一般に山が低額所得者層にあらわれ、右の方へ裾を長くひいた非対称分布となる。同図で、XYより右側は、いわゆるパレートの「所得のピラミッド」に相当するものであつて、これは概ね税務統計の免税点以上の課税所得者の分布にもよくあらわれ、従つてXYより左側は、免税点未満の所得者の分布を示すものと考えられる。

この場合、所得階層を対数値であらわして図示すると（第八図参照）、その度数分布は略々対称となり、しかも正規分布に近くなる。この関係は後に述べるジブラの法則で利用されているのである。

ところで右の所得分布によくあてはまる分布法則としては、パレートの研究やジュ、ジブラ等のものがある。

一、パレートの法則

パレートの分布法則は、今日でも便利なものとしてしばしば利用されているが、極端な低額所得層や高額所得層

にはあてはまらず、右の第七図ではXY線より右側の分布によく適合するといわれている。

xを所得の大いさ、Nをx以上の所得を有する人員とすると、パレートの法則によれば、このxとNとの間に次のような関係がある。

$$N=Ax^{-\alpha} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

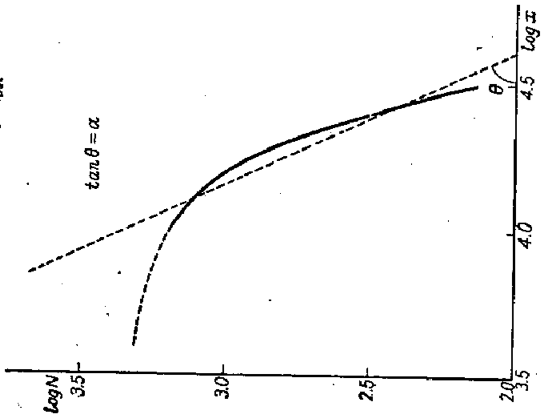
但し、A、αは常数である。

いま、この式の両辺の対数をとると、

$$\log N=\log A-\alpha \log x \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

となる。これは、横軸に所得の大いさの対数値（$\log x$）をとり、縦軸に所得者の累計の対数値（$\log N$）をとって所得分布を図示すると、これが(2)式のような直線になるということである。（第九図参照）

第九図　パレート線



この直線をパレート線といい、その方向係数αはパレート常数と呼ばれている。

パレートの法則は、このように、所得の大いさxと、所得がx以上の所得者の累計Nとの関係を示すものであるが、これより、所得の大いさxと、所得がxである所得者数Fとの関係が求められる。すなわち、(2)式をxについて微分し符号をかえれば、左辺はFに等しくなるから、

$$F=A\alpha x^{-(\alpha+1)} \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

となる。

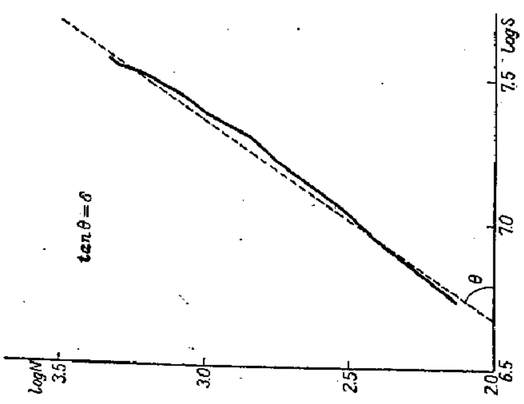
〔備考〕厳密に言えば、所得がxから（$x+dx$）までの間の所得者数がFdxとなるのである。以下の説明でも同様に略してある。

このパレートの法則は(2)式においてみると、所得者累計Nは、所得の大いさxを無限大としたときにのみ零となり、また所得の大いさxを零としたときに所得者累計Nは無限大となる。かかることは現実と矛盾するものであり、このことからも、この法則は極端な高低所得階層には適用出来ないことがわかるといわれる。

二、ジニの法則

ジニは、パレートの法則の欠陥を除いた分布法則として、次の関係式を考えた。xを所得の大いさとし、Nを所得がx以上の所得者数、Sをこれらの人々の所得の累計とすれば、この間には、

第十図　ジ　ニ　線



$$N=\frac{1}{c}S^{\delta} \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

なる関係がある。ここで、c、δは常数である。いま、この式の両辺の対数をとってみると、

$$\log N=\delta \log S-\log c \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

となる。これは、横軸に所得額累計の対数値（$\log S$）をとり、縦軸に所得者累計の対数値（$\log N$）をとって所得分布を図示すると、(6)式の如き直線になるという意味である（第十図参

照）。この直線の方向係数δは、集中指数と呼ばれている。

このジニの法則を(5)式についてみると、所得額累計Sが零の時、所得者累計Nも零となり、所得者累計Nが無限大のとき、所得額累計Sも無限大となつて、一応矛盾はない。しかし、ここで注意しなければならないのは、このジニの法則は、パレートの法則と無関係なものではなく、その一変形にすぎないということである。つぎにこれを説明しよう。

まず、所得xなる人々の所得の合計について考えてみよう。この所得の合計をGとすれば、パレートの法則に従うと、所得xなる所得者の数はFであるから、これら x、G及びFの間には次の関係がある。

$$G=xF \quad \cdots\cdots(7)$$

〔備考〕 Gの意味はFの場合と同じである。すなわち、所得がxから$(x+dx)$までの間の人々の所得の合計がGdxとなる。

所得額累計Sは、このGを所得がxから無限大まで集めた値であるから、SはこのGから計算出来る。すなわち、

$$S=\int_x^\infty Gdx=A\frac{\alpha}{\alpha-1}x^{-(\alpha-1)} \quad \cdots\cdots(8)$$

この式と、パレート法則の(2)の式から、所得額累計Sと所得者累計Nとの関係が求められる。

$$N=A^{-\frac{1}{\alpha-1}}\cdot\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\cdot S^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \quad \cdots\cdots(9)$$

この式の中で、A、αは常数であるから、

$$\frac{1}{c}=A^{-\frac{1}{\alpha-1}}\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}, \qquad \delta=\frac{\alpha}{\alpha-1} \quad \cdots\cdots(10)$$

と書き換えれば、(9)式はジニの法則の(5)の式に等しくなる。すなわち、これでパレートの法則から、ジニの法則が誘導出来ることがわかる。またこれとは逆に、ジニの法則からパレートの法則が容易に誘導できる。このことからみても、

これら二法則の優劣は、前述のような判定条件によるだけでは不充分であり、あくまでも実際の所得分布への適合の程度によつて判定しなければならない。

三、ジブラの法則

所得分布の非対称性は相当強度であるが、ジブラは、所得の大いさと所得者数とをそれぞれ縦軸と横軸にとつて所得分布を図示する場合、所得の大いさはその対数値をとることにすれば、その分布は対称となり、かつ正規分布にちかずくと考えた。すなわち、所得の大いさをx、所得xとなる所得者の数をFとすれば、この分布法則は次のようにあらわされる。

$$F=\frac{No}{\sqrt{\pi}}exp\left\{-Z^2\right\}, \qquad Z=a\log_e x+b \quad \cdots\cdots(11)$$

但し、No、a、bは常数であり、また、Zは媒介変数であつて、もし所得分布がこの分布法則によく適合する場合には、Noは全所得者数をあらわす。なお $\log_e x$ はxの自然対数をしめす。

〔備考〕 このFの意味は、パレートの場合よりもやや複雑である。すなわち、所得がxから$(x+dx)$までの間の所得者数はFdZとなる。ただし、$dZ=\frac{adx}{x}$

所得階層別分布が、このジブラの分布法則にどの程度適合するかを図示するのは、パレートやジニの法則の時ほど簡単ではない。その一方法としては、(11)式のNoを全所得者数とみて、所得者累計Nの全所得者中に占める割合を求め（この割合をRとする）、第49表からこの割合Rに対応するzを求める。

次に、xはその自然対数をとることになつているが、これを直接に得ることはやや複雑であるので、(11)式の関係を常

第 49 表　z ～ R 表（△は負数を示す）

R	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	
0	∞	1.282	.842	.524	.253	.000	△.253	△.524	△.842	△1.282	
1	2.326	1.227	.806	.496	.228	△.025	△.279	△.553	△.878	△1.341	9
2	2.054	1.175	.772	.468	.202	△.050	△.305	△.583	△.915	△1.405	8
3	1.881	1.126	.739	.440	.176	△.075	△.332	△.613	△.954	△1.476	7
4	1.751	1.080	.706	.412	.151	△.100	△.358	△.643	△.994	△1.555	6
5	1.645	1.036	.674	.385	.126	△.126	△.385	△.674	△1.036	△1.645	5
6	1.555	.994	.643	.358	.100	△.151	△.412	△.706	△1.080	△1.751	4
7	1.476	.954	.613	.332	.075	△.176	△.440	△.739	△1.126	△1.881	3
8	1.405	.915	.583	.305	.050	△.202	△.468	△.772	△1.175	△2.054	2
9	1.341	.878	.553	.279	.025	△.228	△.496	△.806	△1.227	△2.326	1
	1.282	.842	.524	.253	.000	△.253	△.524	△.842	△1.282	∞	0
	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0	R′

（註）1. z と R 及び R' の間には次の関係がある．

$$R=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_z^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}}dz,\qquad R'=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{z^2}{2}}dz$$

2. 例えば，$R=26.3\%$にたいする z を求めるときは，最上の欄で 0.2 という所を縦にみてきて，左端の欄の 6 という所を横にみていつたのと交るところの数を読む．この 0.643 という数は，$R=26\%$ に対する z の値である．同じようにして $R=27\%$にたいしては，$z=0.613$ なることが分る．そこでこれ等を補間して，$R=26.3\%$ にたいする z は次のように計算される．
$z=0.643-0.3\times(0.643-0.613)=0.634$

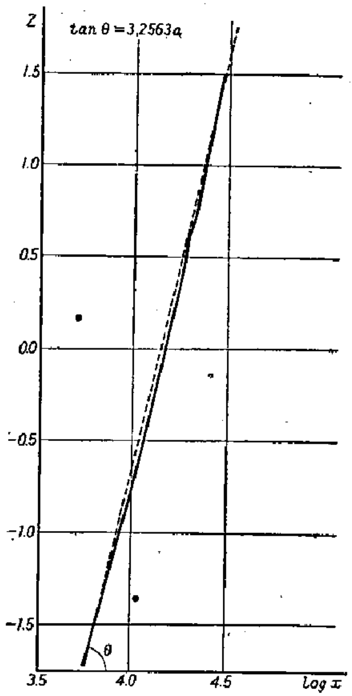
用対数であらわすことにすると、この z と $\log x$ との間には次のような関係がある。

$$z=3.2563\,a\log x+1.4142\,b\cdots(12)$$

すなわち、$\log x$ を横軸にとり、z を縦軸にとつて所得分布を図示すれば、これは直線になり、その方向係数は 3.2563 a になるわけである（第十一図参照）。

所得分布が、ジブラ分布にどの程度適合するかをみるには、前述とは逆に、低額所得からの累積人員数の全所得者に対する割合を用いてもよい。すなわちこの割合をR'とし、

第十一図　ジブラ線



前掲の表より、これに対応する z を求めると、この z と x との間にも(12)式で示した関係があり、前と同様に横軸に $\log x$ をとり、縦軸に z をとれば、所得分布は直線となつて図示され、その方向係数は 3.2563 a となり、同一の所得分布の場合には高額からのものと全く一致するのである。なお、これらを簡単に図示するためには、横軸が対数目盛で、縦軸が正規分布に対応するように目盛つてある特種な方眼紙や、正規確率紙を用いれば、x 及び R の値から直接えがくこともできる。

第四節　不平等度の意義と測定法

ある国のある年次の生活水準が、他の年次に比しどの程度であるかは、国民一人当りの個人所得額によつてもある程度知りうるが、これがいかなる個人所得の分布からえられた平均値であるかを確めることもまた極めて必要である。それは、その分布状況の不平等の度が著しく、貧富の差が甚しい場合には、平均値のみはむしろ高くても国民全般としての生活水準は低いことにもなるからである。ところでこのような所得分配の不平等の程度をいかにして数量的に表現するか、すなわち所得分布の不平等度をいかに定義するかは簡単なようでむずかしい問題である。このことは第50表の

第 50 表　各種の所得階層別分布例　（△印は負数を示す）

所得階層	例 (A)				例 (B)				例 (C)			
	A_1		A_2		B_1		B_2		C_1		C_2	
	所得人員 人	所得総額 円	所得人員 人	所得総額 円	所得人員 人	所得総額 円	所得人員 人	所得総額 円	所得人員 人	所得総額 円	所得人員 人	所得総額 円
1,000 円	5	5,000 (33.3)	5	5,000 (9.1)	1	1,000 (1.1)	9	9,000 (47.4)	2	2,000 (11.1)	—	—
1,600	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	12,800 (71.1)
2,000	5	10,000 (66.7)	—	—	—	—	—	—	8	16,000 (88.9)	—	—
2,600	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	5,200 (28.9)
10,000	—	—	5	50,000 (90.9)	9	90,000 (98.9)	1	10,000 (52.6)	—	—	—	—
総　計	10	15,000 (100.0)	10	55,000 (100.0)	10	91,000 (100.0)	10	19,000 (100.0)	10	18,000 (100.0)	10	18,000 (100.0)
平均所得 円	1,500		5,500		9,100		1,900		1,800		1,800	
標準偏差 円	500		4,500		2,700		2,700		400		400	
変化係数	0.33		0.82		0.30		1.42		0.22		0.22	
歪　度 $(\mu_3/\mu_2^{\frac{3}{2}})$	0		0		△2.67		2.67		△1.50		1.50	
不平等度	小		大		小		大		小		大	

所得分布の例（A）、（B）、（C）において、A_1 と A_2、B_1 と B_2、C_1 と C_2 のいずれが不平等の度がはげしいかはたやすく判断しにくいのをみても分る。

そこで、この不平等の判断の基準及びそれを適確に示す特性値はなにであるかについて田村市郎氏にならつて二、三考えてみることにしよう。

㈠　極めて常識的な見地から、所得分布において、少数の高額所得者により所得総額の大部分が占められているような場合は、きわめて不平等であるとするのである。このような状態をよくあらわす特性値としては、総所得者中のある割合を、高所得者より順次とり、これらの人々のうる所得額の総所得に対する割合等を採ればよい。

㈡　所得分布のちらばりが大なる程、所得分布は不平等であるとして、これにより所得分布の状況を知るものであるが、このちらばりを

知るに適する特性値としては、平均偏差や標準偏差等があげられ、また時点や地域の異る場合の比較を考えれば、これらをその平均値で除してえられる相対平均偏差や相対標準偏差（変化係数 C. V.）等が考えられる。

㈢　㈡が判断の有効な基準となるのは分布が正規型をとる場合と考えられるが、一般に所得の分布はそのままでは正規型をとらず、そのモード（最頻値）が低所得か高所得階層かに偏つている場合もあるので、その歪みを表わす特性値として、歪度（Skewness）等をとり、これで不平等の程度を判定するという考え方もある。

判断の基準としては、なおいろいろあるであろうが、いま前記の基準によつて、右表にあげた三例のそれぞれについて、極めて不充分であるが不平等の度合を一応判断してみると、A例では、㈠及び㈡にもとずいて A_1 より A_2 の不平等度は大きく、B例では、㈠、㈡、㈢にもとずき B_1 より B_2 の不平等度は大きく、C例では、一応㈡及び㈢にもとずき C_1 より C_2 の不平等度が大と判断することもできるのである。

このように所得分布の不平等度の判断にはむずかしい問題が介在するのであつて、不平等の度合を単一の特性値で表わすのはむずかしいが、一応今日所得分布の不平等度を表わすものとして用いられている主な特性値をあげてみよう。

不平等係数は、大別すると二つに分類され、その一は分布型を仮定し、そのパラメーターをとるものであり、またその二は、特に分布型を仮定せずに分布の特性値を不平等度に用いるものである。

一、分布型を仮定するもの

1、パレートの係数 α

所得がパレートの法則にしたがつて分布しているものと仮定すると、パレートの法則において、分布形のパラメーター α は所得分布の直線の傾斜をしめすもので（第九図）、傾きが大となればすべての人々の所得額は互に接近

してくると考えられる。そこで、このαを不平等の指標にとり、その値が大なる程、所得分布は平等になるとするのである（第51表参照）。

2、ジニの集中指数δ

所得がジニの法則に従つて分布していると考えると、ジニの分布型のパラメーターδは、所得分布の直線の傾斜の程度をしめしており（第十図）、傾きが小になる程すべての人々の所得額は接近すると考えられるから、このδを不平等の指標にとる。このδが小になる程、所得分布は平等になるわけである。

第51表　パレート係数の推移

年次	日本	米国	英国
昭和5年	1.66	…	…
6	1.70	…	…
7	1.59	1.76	1.68
8	1.60	…	…
9	1.65	1.77	…
10	1.68	…	…
11	1.66	1.32	…
12	1.65	…	…
13	1.55	…	…
14	1.59	…	…
15	1.62	…	…
16	1.68	…	…
17	1.70	…	…
18	1.72	…	…
19	1.76	…	…
20	1.78	…	…
21	2.15	…	…
22	2.25	…	…
23	2.39	…	…
24	2.51	…	…
25	2.25	…	…

〔註〕1. 日本の計数は，昭和5—14年は第三種所得税，15—21年は綜合所得税，22年以降は申告納税分により算定したもので，昭和20年迄は汐見教授の算定，それ以後は大蔵省主税局の算定（財政金融統計月報（大蔵省）20号42頁）による．

2. 英米の計数は，コーリン・クラークの著書による．

3、ジブラの係数a

所得がジブラの法則にしたがつて分布しているとすると、ジブラ分布のパラメーターaと所得の自然対数値($\log_e x$)の分散（いまこれをσ^2とする）との関係は、

$$a=\frac{1}{\sqrt{2}\sigma}\cdots\cdots(13)$$

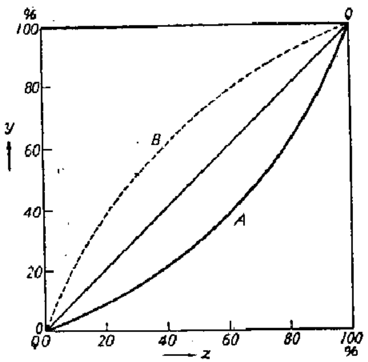
である。したがつて、aが大なる程、分散σ^2は小さくなるから、aを不平等の指標とし、これが大なる程、所得分布は平等とする。なおジブラは$\frac{100}{a}$をもつて不平等係数とした。

二、分布型を仮定しないもの

1、ローレンツ曲線の面積λ

ローレンツ曲線は、通常縦軸に高額所得からの累積人員数の総所得人員数に対する割合yをとり、横軸にこれらの人々の全所得額の総所得額に対する割合zをとつて、所得分布を図示する時えられる曲線をいう（第十二図参照）。この曲線が同図における対角線（Q—Q）の上にのるときは、所得分布においてすべての所得者の所得は等しくなる。このことからこの対角線を所得分布の均等分布線と称する。なお低額所得より累積する場合もある。

第十二図　ローレンツ曲線



〔註〕A　高額所得よりの累積和
B　低額所得　　〃

現実の所得分布が不平等であれば、そのローレンツ曲線は均等分布線より離れ、不平等の度合が強い程、益々偏りは大きくなると考えられる。そこで、このローレンツ曲線と均等分布線で囲まれた面積を不平等の指標となし、この値の大なる程、所得分布は不平等であるとする。この面積をλとすると、λは〇・〇から〇・五までの間の値をとる。この面積λは、低額所得からの累積和によるローレンツ曲線と均等分布線との間の面積と等しくなるのであつて、これは容易に証明せられる。

このλと他の不平等係数との関係たついてみると、所得分布がパレートの法則に従つている場合には、λとαとの間に次の関係がある。

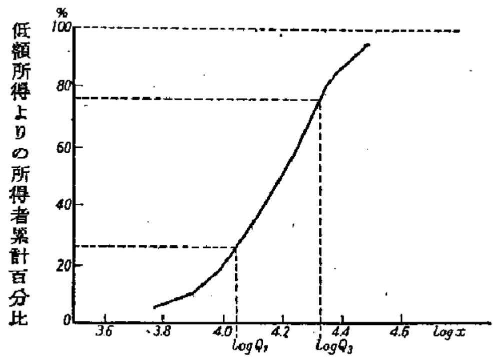
$$\lambda=\frac{1}{2(2\alpha-1)}\cdots\cdots(14)$$

第 52 表　所得分布の不平等係数 α, δ 及び λ の間の関係

年　次	α	δ		λ	
		直接計算	$\frac{\alpha}{\alpha-1}$	直接計算	$\frac{1}{2(2\alpha-1)}$
昭和元年	1.615	2.378	2.627	0.229	0.224
5	1.605	2.442	2.654	0.234	0.226
10	1.590	2.438	2.695	0.235	0.229

〔註〕 1. 全国第三種所得戸数と所得金額について算定した.
2. 田村市郎「所得不平等の意義及測定法」(国民所得とその分布, 日本統計学会編) による.

第十三図　階層別所得人員数の累積度数分布



〔註〕 Q_1, Q_3 はそれぞれ第一及び第三・四分位数

また、所得分布がジニの法則にしたがっている時は、λとδとの間に、

$$\lambda=\frac{\delta-1}{2(\delta+1)} \cdots\cdots\cdots (15)$$

なる関係がある。なおαとδの間には、(10)式の関係があり、結局これらの三指標の内、一つが推定出来れば他は間接に推定しうるわけである。

第52表は、これらの諸指標の直接推定値と間接推定値とを対比させたものである。

2、**相対四分位偏差**

所得分布の第一・四分位数と、第三・四分位数を、それぞれQ_1、Q_3とし、これより次の式であらわされる相対四分位偏差、

$$Q=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1} \cdots\cdots\cdots (16)$$

を作つてみると、Qは〇・〇より一・〇までの値をとり、Qが一・〇に近い程所得のちらばりは大きい。そこでこのQを不平等の指標とし、その大なる程不平等であるとするのである（第十三図参照）。所得分布が、パレート法則に従う場合は、このQとαとの間に次の関係がある。

$$Q=\frac{\sqrt[\alpha]{3}-1}{\sqrt[\alpha]{3}+1} \cdots\cdots\cdots (17)$$

これまで述べてきたところのパレートの係数α、ジニの係数δ、ジブラの係数aは、通常それぞれ、(3)式(6)式及び(12)式より最小自乗法によつて計算される。

例をパレートの係数にとると、この係数αは、次の聯立方程式を解くことによつてえられる。

$$\left\{\begin{array}{l}\sum \log N=\log A.\sum 1-\alpha\sum \log x\\ \sum \log N.\log x=\log A.\sum \log x-\alpha\sum(\log x)^2 \cdots (18)\end{array}\right.$$

この計算は若干複雑なので、通常は、$(\log x)$の平均値を求め、この平均値と、それぞれの$(\log x)$との差を求める。すなわち平均値を$(\overline{\log x})$とし、これとの差を$(\triangle \log x)$とすれば

$$\triangle\log x=\log x-\overline{\log x} \cdots\cdots\cdots (19)$$

である。この差を用いると、パレートの係数は次のようにして計算される。

$$\alpha=-\frac{\sum\triangle\log x.\log N}{\sum(\triangle\log x)^2} \cdots\cdots\cdots (20)$$

同様にして、ジニ及びジブラの係数δ及びaも計算出来る。

$$\delta=\frac{\sum\triangle\log S\cdot\log N}{\sum(\triangle\log S)^2} \cdots\cdots\cdots (21)$$

$$a=\frac{\sum\triangle\log x\cdot z}{\sum(\triangle\log x)^2}+3.2563 \cdots\cdots\cdots (22)$$

ローレンツ曲線の面積λは、その曲線をえがいた図から、直接にプラニメーター（面積計）等によつてもとめること

第53表　パレート，ジニ，ジブラの諸係数及びローレンツ曲線の面積の計算例　（△は負数を示す）

所得分布 所得階級（千円）	所得者数（人）	所得金額（千円）	高額所得よりの累積和 所得の大いさ（千円）（x）	累積人員（人）（N）	累積金額（千円）（S）	パレートの係数 α（第9図） log x	log N	△log$x$	(△log$x$)²	△log x ×log N	ジニの log S	log N
以上 未満 4.0～6.0	95	482	4.0	2,049 (100.0)	34,258 (100.0)	—	—	—	—	—	7.5348	3.3115
6.0～8.0	134	927	6.0	1,954 (95.4)	33,776 (98.6)	—	—	—	—	—	7.5286	3.2909
8.0～10.0	186	1,673	8.0	1,820 (88.8)	32,849 (95.9)	—	—	—	—	—	7.5165	3.2601
10.0～12.0	252	2,730	10.0	1,634 (79.7)	31,176 (91.0)	4.0000	3.2133	△0.2771	0.07678	△0.89041	7.4938	3.2133
12.0～14.0	232	2,996	12.0	1,382 (67.4)	28,446 (83.0)	4.0792	3.1405	△ 1979	3916	△ 62150	7.4540	3.1405
14.0～16.0	241	3,583	14.0	1,150 (56.1)	25,450 (74.3)	4.1461	3.0607	△ 1310	1716	△ 40095	7.4057	3.0607
16.0～18.0	195	3,327	16.0	909 (44.4)	21,867 (63.8)	4.2041	2.9586	△ 730	533	△ 21598	7.3398	2.9586
18.0～20.0	175	3,308	18.0	714 (34.8)	18,540 (54.1)	4.2553	2.8537	△ 218	48	△ 6221	7.2681	2.8537
20.0～22.0	112	2,342	20.0	539 (26.3)	15,232 (44.5)	4.3010	2.7316	239	57	6529	7.1828	2.7316
22.0～24.0	102	2,338	22.0	427 (20.8)	12,890 (37.6)	4.3424	2.6304	653	426	17177	7.1103	2.6304
24.0～26.0	67	1,670	24.0	325 (15.9)	10,552 (30.8)	4.3802	2.5119	1031	1063	25898	7.0233	2.5119
26.0～28.0	66	1,773	26.0	258 (12.6)	8,882 (25.9)	4.4150	2.4116	1379	1902	33256	6.9485	2.4116
28.0～30.0	53	1,532	28.0	192 (9.4)	7,109 (20.8)	4.4472	2.2833	1701	2893	38839	6.8518	2.2833
30.0～	139	5,577	30.0	139 (6.8)	5,577 (16.3)	4.4771	2.1430	2000	4000	42860	6.7464	2.1430
合計又は平均	2,049	34,258	—	—	—	4.2771	2.7217	—	0.24232	△0.54546	7.2432	2.8429

係数δ（第10図） △logs	(△log S)²	△log S ×log$N$	ジブラの係数α（第11図） log$x$	z	△log$x$	(△log x)²	△log x ×z	ローレンツ曲線の面積 λ（第12図） Y(%)	△Z(%)	Y・△Z	低額所得よりの累積和 所得の大いさ（千円）	累積人員（人）	累積金額（千円）
0.2916	0.08503	0.96563	—	—	—	—	—	195.4	1.4	0.02796	6.0	96 (4.6)	482 (1.4)
2854	8145	93922	3.7782	△1.687	△0.4309	0.18568	0.72693	184.2	2.7	4973	8.0	229 (11.2)	1,409 (4.1)
2733	7469	89099	3.9031	△1.217	△ 3060	9364	37240	168.5	4.9	8257	10.0	415 (20.3)	3,082 (9.0)
2506	6280	80525	4.0000	△ 831	△ 2091	4372	17376	147.1	8.0	11768	12.0	667 (32.6)	5,812 (17.0)
2108	4444	66202	4.0792	△ 451	△ 1299	1687	5858	123.6	8.7	10745	14.0	899 (43.9)	8,808 (25.7)
1625	2641	49736	4.1461	△ 154	△ 630	397	970	100.6	10.5	10553	16.0	1,140 (55.6)	12,391 (36.2)
966	933	28580	4.2041	141	△ 50	3	△ 71	79.2	9.7	7682	18.0	1,335 (65.2)	15,718 (45.9)
249	62	7106	4.2553	390	462	213	1802	61.1	9.6	5866	20.0	1,510 (73.7)	19,026 (55.5)
△ 604	365	△ 16499	4.3010	634	919	845	5826	47.1	6.9	3250	22.0	1,622 (79.2)	21,368 (62.4)
△ 1329	1766	△ 34958	4.3424	813	1333	1777	10837	36.7	6.8	2496	24.0	1,724 (84.1)	23,706 (69.2)
△ 2199	4836	△ 55237	4.3802	998	1711	2928	17076	28.5	4.9	1397	26.0	1,791 (87.4)	25,376 (74.1)
△ 2947	8685	△ 71070	4.4150	1.146	2059	4239	23596	22.0	5.1	1122	28.0	1,857 (90.6)	27,149 (79.2)
△ 3914	15319	△ 89368	4.4472	1.317	2381	5669	31358	16.2	4.5	729	30.0	1,910 (93.2)	28,681 (83.7)
△ 4968	24681	△1.06464	4.4771	1.492	2680	7182	39986	6.8	16.3	1108	—	2,049 (100.0)	34,258 (100.0)
—	0.94129	1.38137	4.2091	0.199	—	0.57244	2.64547	—	—	0.72682	—	—	—

$$\alpha = -\frac{\sum \triangle \log x \cdot \log N}{\sum (\triangle \log x)^2} = \frac{0.54546}{0.24232} = 2.251$$

$$\delta = \frac{\sum \triangle \log S \cdot \log N}{\sum (\triangle \log s)^2} = \frac{1.38137}{0.94129} = 1.468$$

$$a = \frac{\sum \triangle \log x \cdot z}{\sum (\triangle \log x)^2} + 3.2563 = \frac{2.64547}{0.57244} + 3.2563 = 1.419$$

$$\lambda = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sum Y . \triangle Z = 0.5 - 0.5 \times 0.72682 = 0.1366$$

〔註〕1. パレートの係数αの計算では，1万円以下の低額所得者を除いた。これは第9図でみられるように，低額所得階層には，この法則はあてはまらないとみられるからである。なお，その基準としては，所得者数の最も多い階級―1万乃至1万2千円階級―以上を計算に入れることにした。

3. ジブラの係数aの計算のところで，zの値は，高額若くは低額所得よりの累積和の欄の累計人員Nの括弧内に示されたRの計数をもとにして，第45表よりもとめたものである。

第六章 所得階層別分布と不平等度

も出来る。その他、ローレンツ曲線に対して適当な曲線をあてはめ、それによつて数値積分を行い面積λをもとめる方法もある。その一例をあげれば、ローレンツ曲線を図示するため、図上にプロットした点をつぎつぎに直線で結ぶと、プロットした点の数が多ければ、この折線は近似的にローレンツ曲線とみなしうる。そこで、この折線と均等分布線との面積をもとめてみよう。プロットされた点のy及びzの値を、$y_0\,(=0.0), y_1, y_2, \cdots\cdots, y_n\,(=1.0)$, $z_0\,(=0.0), z_1, z_2, \cdots\cdots, z_n\,(=1.0)$ とすれば、面積λは、

$$\lambda=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}(y_1+y_0)(z_1-z_0)-\frac{1}{2}(y_2+y_1)(z_2-z_1)-\cdots\cdots-\frac{1}{2}(y_n+y_{n-1})(z_n-z_{n-1})\cdots\cdots(23)$$

と表わされる。こゝで、

$$(y_1+y_0)=Y_1,\quad (z_1-z_0)=\Delta Z_1 \quad 等\ \cdots\cdots(24)$$

とすれば、

$$\lambda=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}Y_1\cdot\Delta Z_1-\frac{1}{2}Y_2\cdot\Delta Z_2-\cdots\cdots-\frac{1}{2}Y_n\cdot\Delta Z_n\cdots\cdots(25)$$

となる。これらの計算例は第53表にあげておいた。

第七章　国民所得の時系列及び国際比較

国民所得統計は、その総額や構成を、他の期間や地域のものと比較することによつて始めてその真価を発揮するものである。すなわち、国民所得総額を他の期間と比較することにより、経済変動や経済発展の状況を観測しうるものであり、これを総人口や就業人口の一人当りについて見るとき、その生活水準や生産性の消長をも測定しうる。また、右と同じようにして、異地域間、例えば、A国とB国の生活水準や生産性の比較も可能となるのである。

国民所得の構成は、その循環の各面によつて観察しうるものであつて、その生産面では、クラークの第一、二、三次産業が一定期間にどのように変化し、また先進国と後進国ではいかなる差異があるか、或いは分配面では、分配分の支払形態別構成や所得階層別分布の不平等度はどうなつているか、さらにまた支出面では、財政支出、特に国防費の国民総生産に占める割合が、他の年次に比し加重されているかどうか、また、A国はB国に比し高いか低いか等々が明らかにされうるのである。

国民所得は、ある国における新生産物をその期間の貨幣価値によつて評価推計したものであるから、その概念や範囲が、その国の一定期間の特殊事情や慣習によつて制約をうけるものであり、また、国毎に貨幣価値の基準を異にするから、そのままでは時系列や地域別比較に耐えうるものではない。したがつて国民所得の比較には、まず第一に概念規定の相違を指摘し、基礎統計資料に由来する推計方法上の差異、ひいてはその信頼の程度を検討して、可及的に比較可能