

最小自乗法によるベンチマーク手法（デントン・ファミリー）について

1. デントン・ファミリーの各タイプ

最小自乗法によるベンチマーク手法である「デントン・ファミリー」については主に以下の5つのタイプが知られている。計算の簡便性や経済データへの適用可能性などから、D4タイプの「比例デントン法」がもっとも広く用いられており、IMF等によって望ましい方法とされている。なお、いずれの場合も X_t 、 I_t は正の値をとるものとする。

D1：求める四半期計数 X_t と補助系列 I_t における増減幅の絶対値差を最小化するもの

$$\begin{aligned} \min_{X_1, \dots, X_{4\beta}, \dots, X_T} \sum_{t=2}^T [(X_t - X_{t-1}) - (I_t - I_{t-1})]^2 \\ \Leftrightarrow \min_{X_1, \dots, X_{4\beta}, \dots, X_T} \sum_{t=2}^T [(X_t - I_t) - (X_{t-1} - I_{t-1})]^2 \end{aligned} \quad \text{s . t . } \sum_{t=4y-3}^{4y} X_t = A_y, y \in \{1, \dots, \beta\}$$

D2：四半期計数 X_t と補助系列 I_t の前期比成長率の相対比の対数を最小化するもの

$$\begin{aligned} \min_{X_1, \dots, X_{4\beta}, \dots, X_T} \sum_{t=2}^T \left[\ln \left(\frac{X_t / X_{t-1}}{I_t / I_{t-1}} \right) \right]^2 \\ \Leftrightarrow \min_{X_1, \dots, X_{4\beta}, \dots, X_T} \sum_{t=2}^T \left[\ln \left(\frac{X_t / I_t}{X_{t-1} / I_{t-1}} \right) \right]^2 \quad \text{s . t . } \sum_{t=4y-3}^{4y} X_t = A_y, y \in \{1, \dots, \beta\} \\ \Leftrightarrow \min_{X_1, \dots, X_{4\beta}, \dots, X_T} \sum_{t=2}^T [\ln(X_t / X_{t-1}) - \ln(I_t / I_{t-1})]^2 \end{aligned}$$

D 3 : 四半期計数 X_t と補助系列 I_t の前期比成長率の差の絶対値を最小化するもの

$$\min_{X_1, \dots, X_{4\beta}, \dots, X_T} \sum_{t=2}^T \left[\frac{X_t}{X_{t-1}} - \frac{I_t}{I_{t-1}} \right]^2 \quad \text{s . t . } \sum_{t=4y-3}^{4y} X_t = A_y, y \in \{1, \dots, \beta\}$$

D 4 : 隣接する四半期系列の調整比 (X_t / I_t) の差の絶対値を最小化するもの (いわゆる「比例デントン法」)

$$\min_{X_1, \dots, X_{4\beta}, \dots, X_T} \sum_{t=2}^T \left[\frac{X_t}{I_t} - \frac{X_{t-1}}{I_{t-1}} \right]^2 \quad \text{s . t . } \sum_{t=4y-3}^{4y} X_t = A_y, y \in \{1, \dots, \beta\}$$

D 5 : 四半期計数 X_t と補助系列 I_t の前期比成長率の相対比を最小化するもの

$$\min_{X_1, \dots, X_{4\beta}, \dots, X_T} \sum_{t=2}^T \left[\frac{X_t / X_{t-1}}{I_t / I_{t-1}} - 1 \right]^2 \quad \text{s . t . } \sum_{t=4y-3}^{4y} X_t = A_y, y \in \{1, \dots, \beta\}$$

$$\Leftrightarrow \min_{X_1, \dots, X_{4\beta}, \dots, X_T} \sum_{t=2}^T \left[\frac{X_t / I_t}{X_{t-1} / I_{t-1}} - 1 \right]^2$$

(凡例) t : 四半期 t , $4y-3$ は y 年の第 1 四半期, $4y$ は y 年の第 4 四半期

X_t : 求めるべき四半期計数

I_t : 四半期補助系列

A_y : ベンチマークとなる y 年の暦年計数

: ベンチマークとなる A_y が存在する最終年 y

T : 補助系列が存在する最終四半期 t

2. 各タイプの特徴

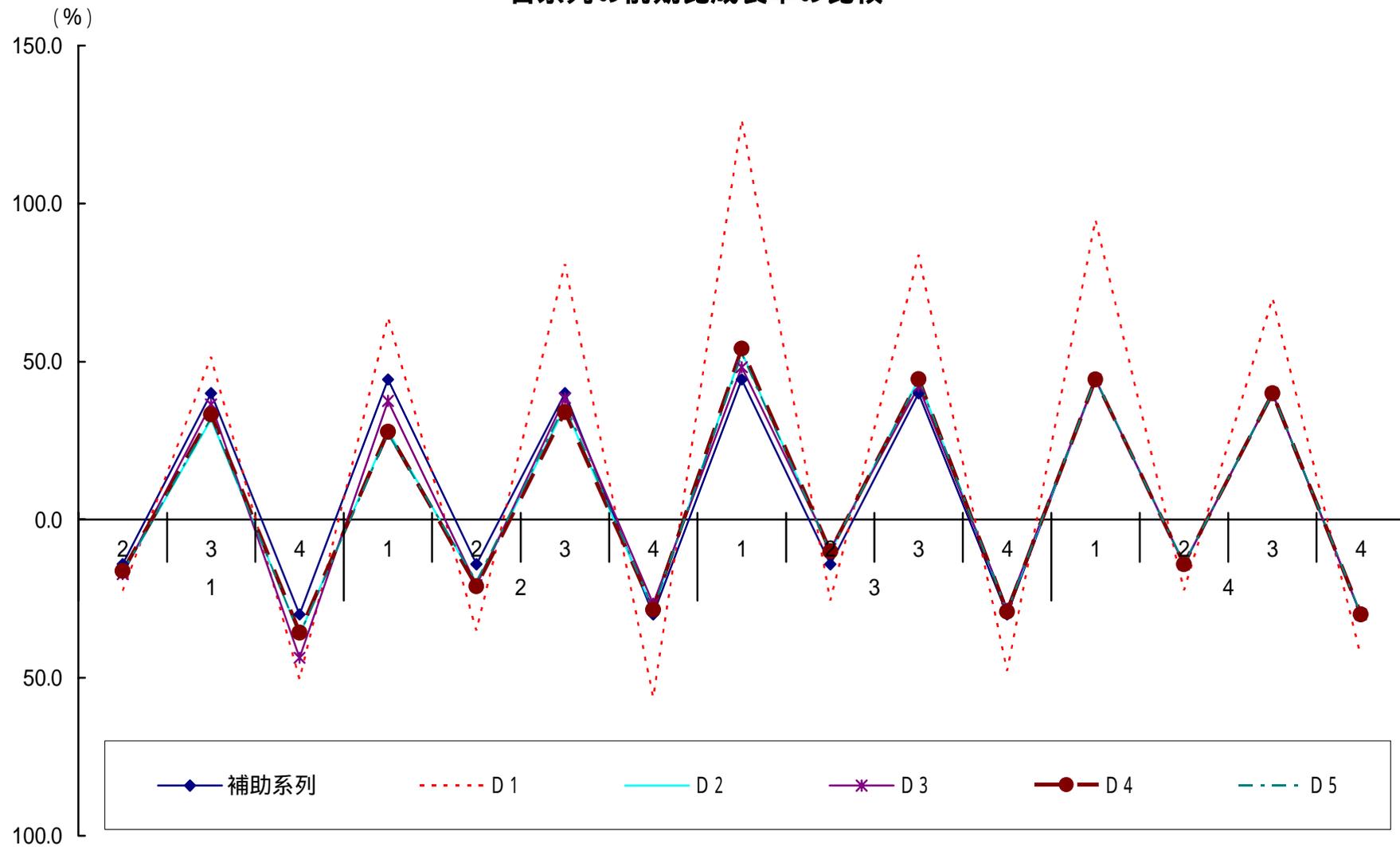
	計算の容易さ	ベンチマーク後の系列の動きの特徴
D 1	目的関数の最小化における一階の条件が線型であり計算が比較的容易	開差を加法的な形で調整するため、求める系列と補助系列の水準差が大きい場合には、ベンチマーク後の系列が補助系列の四半期パターン（前期比）を整合的に反映しない可能性がある（例1を参照） I_t が正值であり、かつ理論的な X_t が正值の場合であっても、算出される X_t が負値となる可能性がある（例2を参照）
D 2	一階の条件が非線形	D 4 とほぼ同じ動き 補助系列における前期比成長率を明示的に反映させており、D 4 より望ましいとの見方もある
D 3	一階の条件が非線形	D 4 とほぼ同じ動き 補助系列における前期比成長率を明示的に反映させており、D 4 より望ましいとの見方もある
D 4	一階の条件が線型であり計算が比較的容易	開差を乗法的な形で調整するため、乗法的な四半期パターンをもつ経済データの動き（前期比）を整合的に反映することが可能（例1を参照）
D 5	一階の条件が非線形	D 4 とほぼ同じ動き 補助系列における前期比成長率を明示的に反映させており、D 4 より望ましいとの見方もある

(例1) 各タイプによる計算結果の比較 (補助系列がトレンド周りで季節パターンを有する場合)

年	期	補助系列			暦年計数		D1		
		水準	前期比	前年同期比	水準	前年比	水準	前期比	前年同期比
1	1	38.5					28.3		
1	2	33.1	14.1				21.9	22.5	
	3	46.3	40.0				33.2	51.5	
	4	32.4	30.0		100.0		16.5	50.5	
2	1	46.8	44.4	21.6			27.0	63.9	4.8
	2	40.2	14.1	21.6			17.5	35.1	20.2
	3	56.3	40.0	21.6			31.7	80.9	4.8
	4	39.4	30.0	21.6	90.0	10.0	13.8	56.3	15.9
3	1	56.9	44.4	21.6			31.3	126.5	16.2
	2	48.9	14.1	21.6			23.4	25.5	33.4
	3	68.4	40.0	21.6			42.9	83.8	35.5
	4	47.9	30.0	21.6	120.0	33.3	22.4	47.8	61.8
4	1	69.1	44.4	21.6			43.6	94.9	39.2
	2	59.4	14.1	21.6			33.9	22.3	45.2
	3	83.2	40.0	21.6			57.7	70.1	34.4
	4	58.2	30.0	21.6			32.7	43.3	46.1

年	期	D2			D3			D4			D5		
		水準	前期比	前年同期比									
1	1	27.6			27.8			27.2			27.5		
	2	22.9	16.9		23.0	17.2		22.8	16.2		22.9	16.7	
	3	30.2	31.8		31.4	36.5		30.4	33.3		30.3	32.1	
	4	19.2	36.5		17.7	43.7		19.5	35.8		19.2	36.6	
2	1	24.6	28.0	10.9	24.3	37.6	12.5	25.0	27.8	8.4	24.4	27.1	11.3
	2	19.7	20.0	14.3	19.3	20.7	16.2	19.7	21.0	13.6	19.6	19.7	14.5
	3	26.7	35.5	11.8	26.7	38.5	15.0	26.4	34.1	13.1	26.8	36.4	11.7
	4	19.1	28.5	0.8	19.6	26.6	10.9	18.9	28.4	3.2	19.2	28.4	0.2
3	1	29.2	53.0	18.6	29.1	48.3	19.5	29.1	54.1	16.7	29.2	52.4	19.7
	2	26.2	10.2	33.1	26.4	9.3	36.8	26.2	10.1	32.9	26.2	10.4	33.4
	3	37.8	44.5	41.8	37.5	42.2	40.4	37.8	44.4	43.2	37.8	44.3	41.2
	4	26.8	29.1	40.8	27.0	28.2	37.4	26.8	29.1	41.9	26.8	29.1	39.7
4	1	38.7	44.4	32.8	38.9	44.4	33.8	38.7	44.4	32.9	38.7	44.4	32.3
	2	33.3	14.1	27.1	33.4	14.1	26.6	33.3	14.1	27.0	33.2	14.1	26.9
	3	46.6	40.0	23.1	46.8	40.0	24.7	46.6	40.0	23.1	46.5	40.0	23.1
	4	32.6	30.0	21.5	32.8	30.0	21.6	32.6	30.0	21.6	32.6	30.0	21.5

各系列の前期比成長率の比較



(例2) D1タイプによる計算結果が負値となる場合

年	期	補助系列			暦年計数		D1		
		水準	前期比	前年同期比	水準	前年比	水準	前期比	前年同期比
1	1	35					8.5		
	2	60	71.4				32.6	284.6	
	3	50	16.7				20.8	36.1	
	4	40	20.0		70.0		8.1	60.9	
2	1	35	12.5	0.0			-0.4	105.1	104.9
	2	60	71.4	0.0			22.5	5506.7	30.9
	3	48	20.0	4.0			10.0	55.7	52.1
	4	45	6.3	12.5	40.0	42.9	7.9	20.6	2.7
3	1	42	6.7	20.0			7.4	7.0	1866.7
	2	70	66.7	16.7			37.2	405.3	65.1
	3	55	21.4	14.6			23.4	37.0	134.8
	4	43	21.8	4.4	80.0	100.0	12.0	48.6	51.9
4	1	37	14.0	11.9			6.0	49.9	18.1
	2	55	48.6	21.4			24.0	298.6	35.4
	3	41	25.5	25.5			10.0	58.3	57.2
	4	40	2.4	7.0			9.0	10.0	24.9

負値の発生

年	期	D2			D3			D4			D5		
		水準	前期比	前年同期比	水準	前期比	前年同期比	水準	前期比	前年同期比	水準	前期比	前年同期比
1	1	15.3			15.2			14.7			15.2		
	2	24.9	62.5		25.7	69.5		24.4	65.8		24.9	64.1	
	3	18.0	27.6		18.3	28.7		18.4	24.4		18.2	27.0	
	4	11.8	34.7		10.8	41.2		12.5	32.4		11.7	35.7	
2	1	8.1	31.4	47.3	7.0	35.3	54.0	8.4	33.0	43.2	7.6	34.7	49.7
	2	12.0	48.6	51.8	11.7	67.3	54.6	11.6	39.0	52.4	11.7	53.7	52.9
	3	9.7	19.5	46.4	10.2	12.9	44.5	9.4	19.0	49.0	9.9	15.8	45.6
	4	10.3	6.4	12.7	11.2	9.8	3.7	10.6	13.1	14.7	10.7	8.4	8.4
3	1	12.4	20.4	53.2	13.3	18.8	90.2	13.1	23.4	57.1	12.5	16.9	63.9
	2	25.6	106.7	113.2	24.0	80.6	105.3	26.1	99.2	125.1	25.4	103.1	116.6
	3	23.0	10.2	137.9	22.9	4.5	125.0	22.5	14.0	139.2	22.9	10.0	131.3
	4	19.1	16.9	85.7	19.9	13.2	77.8	18.3	18.8	71.6	19.2	16.3	78.7
4	1	16.4	14.0	32.7	17.1	14.0	28.8	15.7	14.0	19.7	16.5	14.0	31.6
	2	24.4	48.6	4.5	25.4	48.6	6.0	23.3	48.6	10.7	24.5	48.6	3.7
	3	18.2	25.5	20.8	18.9	25.5	17.2	17.4	25.5	22.6	18.3	25.5	20.2
	4	17.8	2.4	7.0	18.5	2.4	7.0	17.0	2.4	7.0	17.8	2.4	7.0